目次

重點精華別冊 Content

單元一 整數的四則運算與科學記號

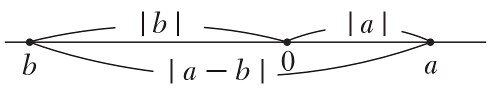
重點 1

1.

- 實數
  - 有理數
    - 整數
      - 正整數（自然數）：1，2，3，…
      - 0
      - 負整數：-1，-2，-3，…
    - 非整數（分數，小數）
      - 有限小數，例：$-\frac{2}{5}=-0.4$
      - 循環小數，例：$\frac{2}{3}=0.666\cdots=0.\overline{6}$
  - 無理數：不能以分數表示的數（無限不循環小數），例：$\sqrt{2}$，π，$1-\sqrt{3}$ 等

2. 數線
   (1) 數線有三要素：原點、方向、單位長。
   (2) 每個實數（有理數或無理數）皆可在數線上找到一點與其對應，且右邊的數大於左邊的數。
3. 絕對值與數線：絕對值表示數線上的點到原點的距離，或是兩點間的距離。

例：



4. 相反數：在原點左、右兩側，到原點的距離相等，且兩數的和爲 0，例：± 2
5. 數線上 $A(a)$、$B(b)$，且 $a>b$，則 $\overline{AB}=|a-b|=|b-a|=a-b$，且 $\overline{AB}$ 的中點坐標爲 $\frac{a+b}{2}$。

重點 2

1. 科學記號：將數字簡記爲 $a\times 10^n$ 的型式，其中 $1\leq a<10$，n 爲整數。
2. 指數律：相同的數 a 連乘 n 次，記爲 a^n，其中 a 稱爲底數，n 爲指數。
   (1) $a\neq 0$，$a^0=1$
   (2) $a\neq 0$，$a^m\times a^n=a^{m+n}$
   (3) $a\neq 0$，$(a^m)^n=a^{m\times n}$
   (4) $a\neq 0$，$a^{-n}=\frac{1}{a^n}$
   (5) $a\neq 0$，$a^m\div a^n=\frac{a^m}{a^n}=a^{m-n}$
   (6) $a\neq 0$ 且 $b\neq 0$，$a^m\times b^m=(a\times b)^m$
   (7) $a\neq 0$ 且 $b\neq 0$，$a^m\div b^m=\frac{a^m}{b^m}=(\frac{a}{b})^m$
   (8) 注意：0^0 無意義；$1^n=1$

單元二 最大公因數、最小公倍數

重點 1

因數與倍數：a、b、c 均爲整數且 $b\neq 0$，$c\neq 0$，若 $a=b\times c$，a 稱爲 b、c 的倍數，b、c 稱爲 a 的因數
1. 1 任何整數的因數。
2. 0 是任何非零整數的倍數。

重點 2

倍數的判定：令 $N=abcde$ 爲五位正整數，則判定 N 爲以下數字的倍數之方式如下：

判別	方式	例子
2 的倍數	整數的個位數字爲 2 的倍數	$e=2\times p$，p 爲正整數
3 的倍數	整數的各數字總和爲 3 的倍數	$(a+b+c+d+e)=3\times p$，p 爲正整數
5 的倍數	整數的個位數字爲 5 的倍數	$e=5\times p$，p 爲正整數
11 的倍數	整數的奇數位數字和與偶數位數字和之差爲 0 或 11 的倍數	$(a+c+e)-(b+d)=11\times p$，p 爲整數

重點3

質因數	若 b 為 a 的因數，且 b 是質數，則稱 b 為 a 的質因數。
質因數分解	將一數表示成兩個以上的質數的連乘積，稱為質因數分解。
標準分解式	一正整數作質因數分解時，將其質因數由小至大以連乘式表示，質因數相同者用指數形式簡記，稱之為此正整數的標準分解式。

重點4

1. 設 a、b 為正整數，則兩數相乘等於其最大公因數乘以最小公倍數：$a\times b=(a,b)\times[a,b]$。
2. 兩分數 $\frac{B}{A}$，$\frac{D}{C}$ 同乘一個分數後，可成為整數，則所乘的分數最小為 $\frac{[A,C]}{(B,D)}$。
3. 將長方形面積分割成小正方形，則分割後的小正方形的最大邊長＝(長，寬)。
4. 將小長方形排成一正方形，則排成的正方形的最小邊長＝〔長，寬〕。

單元三 分數的四則運算

重點1

三一律	a、b 兩數之間的大小關係必為「$a>b$、$a=b$、$a<b$」的其中一種。	
遞移律	若 $a>b$ 且 $b>c$，則 $a>c$。	
符號法則（去括號法則）	1. 正正得正：$+(+)\rightarrow+$ 3. 負正得負：$-(+)\rightarrow-$	2. 正負得負：$+(-)\rightarrow-$ 4. 負負得正：$-(-)\rightarrow+$
交換律	1. $A+B=B+A$	2. $A\times B=B\times A$
結合律	1. $(A+B)+C=A+(B+C)$	2. $(A\times B)\times C=A\times(B\times C)$
分配律	1. $A\times(B+C)=A\times B+A\times C$	2. $A\times(B-C)=A\times B-A\times C$
四則運算	1. 由左至右依序計算，先乘除後加減。 2. 有括號先算括號，若有多重括號，先算最裡面的括號。 3. 有時利用去括號法則可簡化四則運算。	
分數的比較大小	設 a、b、c 為相異正整數， 1. 若 $\frac{a}{b}$ 為真分數，則 $\frac{a-c}{b-c}<\frac{a}{b}<\frac{a+c}{b+c}$。	2. 若 $\frac{a}{b}$ 為假分數，則 $\frac{a-c}{b-c}\geq\frac{a}{b}\geq\frac{a+c}{b+c}$。
	倒數比較大小：若 a、b、c 為同號數，且 $a>b>c$，則 $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}<\frac{1}{c}$。	
	設 n、a、b 為正整數，則： 1. $\frac{a}{n(n+a)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+a}$。	2. $\frac{b}{n(n+a)}=\frac{b}{a}(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+a})$。

單元四 一元一次方程式

重點1

一元一次方程式	只含有一種未知數，且未知數的次方為一次的「等式」，稱為一元一次方程式。
移項規則	在等式中，將一文字符號或數字從等號的一邊移至另一邊，須遵守以下規則： 1. 移「＋」作「－」　2. 移「－」作「＋」 3. 移「×」作「÷」　4. 移「÷」作「×」

注意	利用等量公理和移項規則將一元一次方程式整理成 $ax=b$ 的型式： $x=\dfrac{b}{a}$ 即為一元一次方程式的解。
解的型式 應用問題	1. 解方程式 $ax+b=0$： (1) 若 $a\neq 0 \Rightarrow$ 則 $x=-\dfrac{b}{a}$。 (2) 若 $a=0$，$b\neq 0 \Rightarrow$ 則 x 為無解。 (3) 若 $a=0$，$b=0 \Rightarrow$ 則 x 為任意數。 2. 應用問題解題步驟：(1) 選定未知數 ⇒(2) 列出方程式 ⇒(3) 解方程式 ⇒(4) 驗算 ⇒(5) 作答。

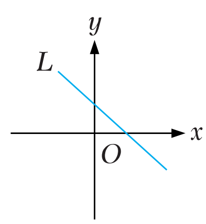
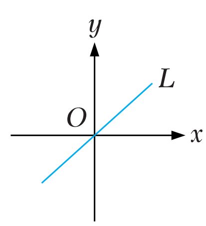
單元五 二元一次聯立方程式

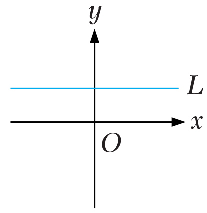
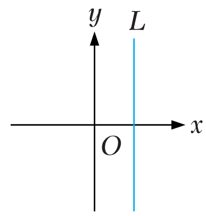
重點 1

特殊型	1. 兄弟型：$\begin{cases} Ax+By=C \cdots (1) \\ Bx+Ay=D \cdots (2) \end{cases} \Rightarrow$ 利用 $\begin{cases} (1)+(2) \text{可得 } x+y \\ (1)-(2) \text{可得 } x-y \end{cases} \Rightarrow$ 再做運算 2. $\begin{cases} \dfrac{A}{x}+\dfrac{B}{y}=C \\ \dfrac{D}{x}+\dfrac{E}{y}=F \end{cases} \Rightarrow \dfrac{1}{x}=X$，$\dfrac{1}{y}=Y \Rightarrow$ 化簡為 $\begin{cases} AX+BY=C \\ DX+EY=F \end{cases} \Rightarrow$ 再做運算 3. 三式相等時：$A=B=C \Rightarrow \begin{cases} A=B \\ A=C \end{cases} \Rightarrow$ 再做運算 4. 若絕對值和為 0 時：$\lvert A\rvert+\lvert B\rvert=0 \Rightarrow \lvert A\rvert=0$，$\lvert B\rvert=0 \Rightarrow A=0$，$B=0$
重點	1. 任何一個聯立方程式都可使用代入消去法或加減消去法來求解。 2. 不用整理就有 $x=ay+b$ 或 $y=ax+b$ 的式子時，使用代入消去法，其餘則使用加減消去法。 3. 請把握解聯立方程式的原則：消去其中一個未知數，使式子變成一元一次式來求解。

單元六 二元一次方程式的圖形

重點 1

圖形的意義	在直角坐標平面上，每個二元一次方程式的圖形都是一直線。直線上的每一個點，都是該二元一次方程式的解。	
圖形種類	簡圖	直線方程式的表示法
不通過原點的斜直線		$y=ax+b$，其中 $a\neq 0$，$b\neq 0$
通過原點的斜直線		$y=ax$，其中 $a\neq 0$

圖形種類	簡圖	直線方程式的表示法
水平線 （與 x 軸平行、與 y 軸垂直）		$y=k$，其中 $k\neq 0$，方程式 $y=0$ 的圖形就是 x 軸
鉛垂線 （與 y 軸平行、與 x 軸垂直）		$x=h$，其中 $h\neq 0$，方程式 $x=0$ 的圖形就是 y 軸

係數判斷法
$\begin{cases} a_1x+b_1y=c_1 \\ a_2x+b_2y=c_2 \end{cases}$

係數判斷條件	代數解	直線圖解
$\dfrac{a_1}{a_2}\neq\dfrac{b_1}{b_2}$	恰有一解	相交於一點的兩直線
$\dfrac{a_1}{a_2}=\dfrac{b_1}{b_2}\neq\dfrac{c_1}{c_2}$	無解	平行的兩直線
$\dfrac{a_1}{a_2}=\dfrac{b_1}{b_2}=\dfrac{c_1}{c_2}$	無限多解	重合的兩直線

單元七 比例與線型函數

重點 1

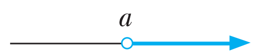
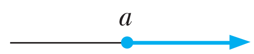
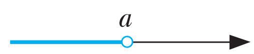
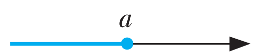
比例式運算性質	1. 比例式的外項乘積 ＝ 內項乘積。若 $a:b=c:d$，則 $ad=bc$。 2. 若 $a:b=c:d$（a、b、c、$d\neq 0$），則 $a:b=c:d$。 3. 若 $x:y=a:b$（a、b、x、$y\neq 0$），則可設 $\dfrac{x}{a}=\dfrac{y}{b}=r$（$r\neq 0$），即 $x=ar$，$y=br$（$r\neq 0$）。 4. 若 $x:y=a:b$（a、b、x、$y\neq 0$），且 $x+y=m$，則 $x=m\times\dfrac{a}{a+b}$、$y=m\times\dfrac{b}{a+b}$。
連比例式運算性質	1. $a:b:c=a\times m:b\times m:c\times m$，$m\neq 0$。 2. $a:b:c=\dfrac{a}{m}:\dfrac{b}{m}:\dfrac{c}{m}$，$m\neq 0$。 3. 若 $x:y:z=a:b:c$，則 $x:a=y:b=z:c$。 4. 若 $x:y:z=a:b:c$（a、b、$c\neq 0$），則可設 $\dfrac{x}{a}=\dfrac{y}{b}=\dfrac{z}{c}=k$（$k\neq 0$），即 $x=ak$，$y=bk$，$z=ck$（$k\neq 0$）。 5. 按 $a:b:c$ 的比例將 M 分爲三份，則這三份分別爲 $M\times\dfrac{a}{a+b+c}$，$M\times\dfrac{b}{a+b+c}$，$M\times\dfrac{c}{a+b+c}$。
正比與反比	1. 設 k 爲定數，若 y 與 x 成正比，則 $y=kx$。 2. 設 k 爲定數，若 y 與 x 成反比，則 $xy=k$。

線型函數

名稱	型式	坐標平面的圖形
一次函數	$y=f(x)=ax+b$（$a\neq 0$）	斜直線
常數函數	$y=f(x)=b$	平行 x 軸的直線

單元八　一元一次不等式

重點1

不等式	含有不等號＜、＞、≦、≧、≠的數學式子稱做不等式。	
一元一次不等式	只含有一種未知數，且未知數的次方爲一次的不等式，稱爲一元一次不等式。	
不等式的運算原理	條件成立	結論
	$a>b$	$a+c>b+c$；$a-c>b-c$
	$a>b$，且 $c>0$	$ac>bc$；$\frac{a}{c}>\frac{b}{c}$
	$a>b$，且 $c<0$	$ac<bc$；$\frac{a}{c}<\frac{b}{c}$；不等號兩邊同乘或同除以負數時，不等號要變向。
圖解法	$x>a$	
	$x\geq a$	
	$x<a$	
	$x\leq a$	

單元九　乘法公式與多項式

重點1

二項式乘積公式	$(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$
和的平方公式	$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
差的平方公式	$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
平方差公式	$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$
公式變化型	$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$ $a^2+b^2=(a-b)^2+2ab$ $ab=\frac{1}{4}[(a+b)^2-(a-b)^2]$
多項式的性質	1. 多項式的判別：在代數式中，其文字 x 不可在(1) 分母；(2) 根號內；(3) 指數上；(4) 絕對値內。 2. 常數多項式： (1) 零次多項式：非 0 的常數項，其次數爲 0，例：$f(x)=3$。 (2) 零多項式：就是 0，例：$f(x)=0$

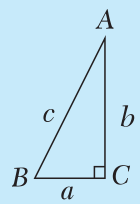
單元十　平方根與勾股定理

重點1

平方根	若 $a^2=b$，則稱 $\pm a$ 爲 b 的平方根；0 的平方根爲 0；負數沒有平方根。
平方根的表示	$\sqrt{a^2}=\lvert a\rvert=\begin{cases}a\,(a\geq 0)\\-a\,(a<0)\end{cases}$，$\sqrt{(a-b)^2}=\lvert a-b\rvert=\begin{cases}a-b\,(\text{當 } a\geq b)\\b-a\,(\text{當 } a<b)\end{cases}$

平方根的性質	若 $a>0$，$b>0$，$a\neq b$，則： 1. $\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{ab}$，$\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\dfrac{a}{b}}$　　2. $\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$ 3. 分母有理化： $\dfrac{a}{\sqrt{b}}=\dfrac{a\sqrt{b}}{\sqrt{b}\times\sqrt{b}}=\dfrac{a\sqrt{b}}{b}$；$\dfrac{c}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}=\dfrac{c(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})}=\dfrac{c(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{a-b}$
十分逼近法	若 a、b、$n>0$，$a^2<n<b^2$，則 $a<\sqrt{n}<b$。
查表法	1. 整數平方根：將根號內的數化為 $\sqrt{N}$ 或 $\sqrt{10N}$ 或 $\sqrt{a^2N}=a\sqrt{N}$ 再去查表即可得。 2. 小數平方根：將小數化為 $N\times10^{-2b}$，則 $\sqrt{N\times10^{-2b}}=10^{-b}\times\sqrt{N}$ 再去查表即可得。

重點2

勾股定理	任意一個直角三角形，其兩股的平方和等於其斜邊的平方。
公式	$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90^\circ$，a、b 為兩股長，c 為斜邊長，則：$a^2+b^2=c^2$ 
應用	1. 常見的直角三角形三邊長有：(3，4，5)、(5，12，13)、(7，24，25)、(8，15，17) 2. 求斜邊長：$c=\sqrt{a^2+b^2}$ 3. 求其一股長：$a=\sqrt{c^2-b^2}$ 或 $b=\sqrt{c^2-a^2}$ 4. 已知坐標平面上的兩點 $A(x_1,y_1)$、$B(x_2,y_2)$，則 $\overline{AB}=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$ 5. 正三角形的高 $=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times$ 邊長；面積 $=\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times$ 邊長^2

單元十一 因式分解

重點1

因式與倍式		若 A、B、C 為三個式子，且 $A=B\times C$，則稱 A 為 B、C 的倍式，B、C 為 A 的因式。	$x^2+3x+2=(x+1)(x+2)$ $\Rightarrow x^2+3x+2$ 是 $(x+1)$、$(x+2)$ 的倍式 $\Rightarrow (x+1)$、$(x+2)$ 是 x^2+3x+2 的因式
因式分解		將一個多項式以其因式的連乘積表示時，其過程稱為因式分解。	$x^2+3x+2=(x+1)(x+2)$
因式分解的方法	提出公因式	利用結合律 $a\times b+a\times c=a\times(b+c)$	$(x+1)(2x+2)-(x+1)(x-3)$ $=(x+1)[(2x+2)-(x-3)]$ $=(x+1)(x+5)$
	利用乘法公式	1. $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$ 2. $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$ 3. $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$	$x^2\pm10x+25=(x\pm5)^2$ $9x^2-16=(3x)^2-4^2=(3x-4)(3x+4)$
	利用十字交乘法	$x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(a+b)$ $acx^2+(ad+bc)x+bd=(ax+b)(cx+d)$	$9x^2+35x-4$ $9x \quad -1$ $x \quad\ \ 4$ $36x-x=35x\Rightarrow(9x-1)(x+4)$

單元十二 一元二次方程式

重點 1

<table>
<tr><td colspan="2">一元二次方程式</td><td colspan="3">一個等式經過化簡後，只含有一個未知數，且未知數的最高次數爲2，則稱此方程式爲一元二次方程式。
通常將一元二次方程式化簡整理成 $ax^2+bx+c=0\,(a\neq0)$ 的形式，其中 a 爲 x^2 項係數，b 爲 x 項係數，c 爲常數。</td></tr>
<tr><td rowspan="5">求解方法</td><td>因式分解法</td><td colspan="3">利用因式分解法將一元二次方程式寫成兩個一次因式乘積的等式 $A\times B=0$ 的形式，則 $A=0$ 或 $B=0$，依此可求出方程式的解。方法有：提出公因式、乘法公式、十字交乘法。</td></tr>
<tr><td rowspan="4">配方法（公式解）</td><td colspan="2">1. 整理成一般式：$ax^2+bx+c=0$</td><td>4. 完全平方式：$(x+\dfrac{b}{2a})^2=\dfrac{b^2-4ac}{4a^2}$</td></tr>
<tr><td colspan="2">2. x^2 項係數化爲1：$x^2+\dfrac{b}{a}x+\dfrac{c}{a}=0$</td><td>6. 開方：$x+\dfrac{b}{2a}=\pm\sqrt{\dfrac{b^2-4ac}{4a^2}}$</td></tr>
<tr><td colspan="2">3. 移項：$x^2+\dfrac{b}{a}x=-\dfrac{c}{a}$</td><td>7. 得解：$x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$</td></tr>
<tr><td colspan="2">4. 補項：$x^2+2\times\dfrac{b}{2a}\times x+(\dfrac{b}{2a})^2=-\dfrac{c}{a}+(\dfrac{b}{2a})^2$</td><td>8. 公式：$x=\dfrac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$</td></tr>
<tr><td colspan="2" rowspan="3">判別式與根的性質</td><td colspan="3">一元一次方程式 $ax^2+bx+c=0\,(a\neq0)$ 中，$D=b^2-4ac$ 稱爲根的判別式</td></tr>
<tr><td>$D=b^2-4ac>0$</td><td>$D=b^2-4ac=0$</td><td>$D=b^2-4ac<0$</td></tr>
<tr><td>有兩相異實根
$x=\dfrac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ 與
$x=\dfrac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$</td><td>有兩個相等實根（重根）
$x=-\dfrac{b}{2a}$</td><td>沒有實根（無解）</td></tr>
<tr><td colspan="2">根與係數的關係</td><td colspan="3">若 α、β 爲一元二次方程式 $ax^2+bx+c=0\,(a\neq0)$ 的兩根，則：$\alpha+\beta=-\dfrac{b}{a}$ 且 $\alpha\beta=\dfrac{c}{a}$</td></tr>
</table>

單元十三 等差數列與等差級數

重點 1

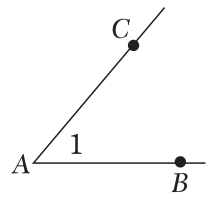
<table>
<tr><td>等差數列</td><td colspan="2">一數列中任意相鄰兩項的差（後項減前項）皆相等，就稱此數列爲等差數列</td></tr>
<tr><td>公差</td><td colspan="2">在等差數列中，任意一項減去相鄰的前一項的差，稱爲公差，通常以英文字母「d」來表示。</td></tr>
<tr><td>等差中項</td><td colspan="2">若 a、b、c 三數成等差數列，則 b 稱爲 a 和 c 的等差中項。</td></tr>
<tr><td rowspan="3">應用</td><td>等差數列的第 n 項公式</td><td>設等差數列爲 a_1，a_2，a_3，…，a_n，共 n 項，公差爲 d，則：$a_n=a_1+(n-1)d$</td></tr>
<tr><td>等差中項</td><td>$2b=a+c$；$b=\dfrac{a+c}{2}$。</td></tr>
<tr><td>前提假設</td><td>1. 若三數成等差且知其和，可設三數爲 $a-d$、a、$a+d$。（公差爲 d）
2. 若四數成等差且知其和，可設四數爲 $a-3d$、$a-d$、$a+d$、$a+3d$。（公差爲 $2d$）。
3. 若一直角三角形的三邊長成等差，則此三邊長得比必爲 3：4：5</td></tr>
<tr><td>注意</td><td colspan="2">1. 等差數列中的每一項若加、減不爲0的數，則所形成的新數列還是等差數列且公差不變。
2. 等差數列中的每一項若同時乘上一不爲 0 的數 k，則所形成的新數列還是等差數列，且公差變爲原來公差的 k 倍。</td></tr>
</table>

重點 2

等差級數	將數列的各項依次用「＋」號連接起來，就稱爲級數。若此數列同時也是等差數列時就稱爲「等差級數」。以符號 $S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n$
計算公式	1. $S_n = \dfrac{n \times (a_1 + a_n)}{2}$（已知 a_1，a_n，n）　2. $S_n = \dfrac{n \times [2a_1 + (n-1)d]}{2}$（已知 a_1，d，n）
應用	1. 等差級數和 ＝ 項數 × 中間項 2. 等差數列的第 n 項與等差級數和（S_n）的關係：$a_n = S_n - S_{n-1}$

單元十四 平面圖形與立體圖形

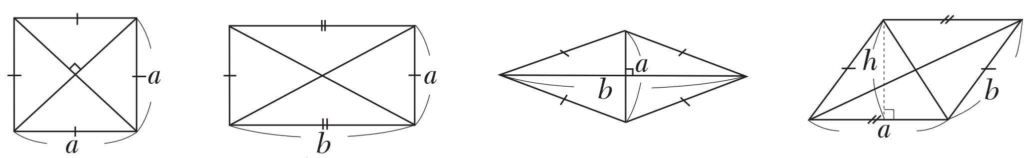
重點 1



1. **角**：有共同端點的兩射線可形成一個角，如右圖，$\overrightarrow{AB}$ 與 $\overrightarrow{AC}$ 形成一個角，記爲 $\angle A$，也可以記爲 $\angle CAB$ 或 $\angle BAC$ 或 $\angle 1$。
2. **銳角、直角、鈍角、平角與周角**：
   如果一個角的度數大於 $0°$ 而小於 $90°$，就稱爲銳角；等於 $90°$，稱爲直角；大於 $90°$ 而小於 $180°$，稱爲鈍角；等於 $180°$，稱爲平角；等於 $360°$，則稱爲周角。
3. **補角與互補**：若 $\angle A + \angle B = 180°$，則稱 $\angle A$ 與 $\angle B$ 互爲補角，或稱 $\angle A$ 和 $\angle B$ 兩角互補。
4. **餘角與互餘**：若 $\angle A + \angle B = 90°$，則稱 $\angle A$ 與 $\angle B$ 互爲餘角，或稱 $\angle A$ 和 $\angle B$ 兩角互餘。
5. **鄰角與對頂角**：兩直線相交時產生的四個角，其中相鄰的兩個角稱爲一組鄰角，不相鄰的兩個角，稱爲一組對頂角。

重點 2

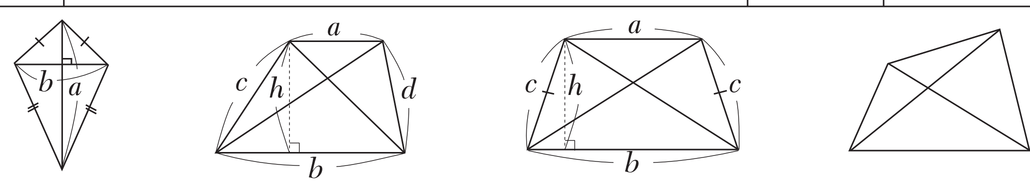
1. 平行四邊形



正方形　長方形　菱形　平行四邊形

名稱	性質	面積	周長
正方形	四邊等長且四個內角都是直角的平行四邊形	a^2	$4a$
長方形（矩形）	四個內角都是直角的平行四邊形	ab	$2(a+b)$
菱形	四邊等長的平行四邊形	$\dfrac{1}{2}ab$	$2\sqrt{a^2+b^2}$
平行四邊形	兩雙對邊平行、等長且對角線互相平分的四邊形	ah	$2(a+b)$

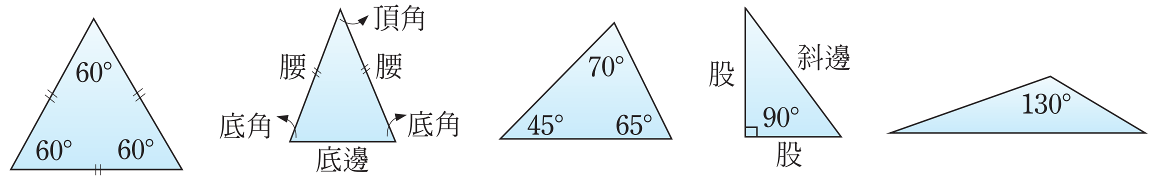
2. 特殊四邊形



箏形　梯形　等腰梯形　任意四邊形

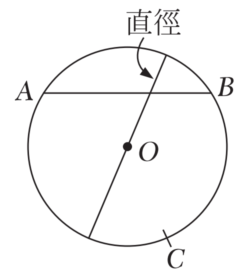
名稱	性質	面積	周長
箏形（鳶形）	兩組鄰邊等長的四邊形	$\dfrac{1}{2}ab$	略
梯形	一雙對邊平行，另一雙對邊不平行的四邊形，此不平行的對邊稱爲兩腰	$\dfrac{(a+b)\times h}{2}$	$a+b+c+d$
等腰梯形	爲一梯形且兩腰等長	$\dfrac{(a+b)\times h}{2}$	$a+b+2c$
任意四邊形	內角和與外角和皆爲 $360°$	略	略

依邊長	正三角形	如圖(一)，三角形的三邊等長，各內角均為 60°
	等腰三角形	如圖(二)，三角形的兩腰等長，兩底角相等
依內角	銳角三角形	如圖(三)，三角形的三個內角度數均小於 90°
	直角三角形	如圖(四)，三角形中有一內角度數為 90°
	鈍角三角形	如圖(五)，三角形中有一內角度數大於 90°

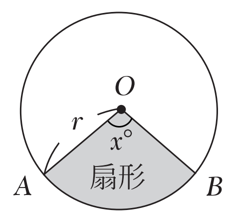


圖(一)　圖(二)　圖(三)　圖(四)　圖(五)

重點 3



1. **圓**：係指一封閉的平面曲線，其上的每一點都與一個指定的固定點等距離。
2. **圓面積** $=\pi r^2=\dfrac{\pi d^2}{4}$。（$r$：半徑；$d$：直徑）
3. **圓周長** $=2\pi r=\pi d$。
4. **弧**：圓上兩點 A、B 之間所包含的圓周長片段稱為弧，以 $\overset{\frown}{AB}$ 表示，若 $\overset{\frown}{AB}$ 占全圓的弧長較小者稱為「劣弧」。反之，$\overset{\frown}{ACB}$ 所占弧長較長者稱為「優弧」。
5. **弦**：連接圓上相異兩點的線段長，如 $\overline{AB}$，最長弦為直徑。
6. **扇形**：若有一圓 O，其內有兩條半徑 $\overline{OA}$、$\overline{OB}$，與 $\overset{\frown}{AB}$ 所圍成的區域，即為扇形，如圖所示。若圓心角 $\angle AOB=x°$，圓 O 半徑為 r，則有下列關係：



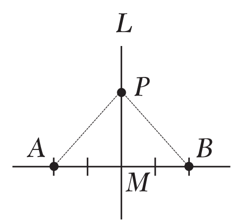
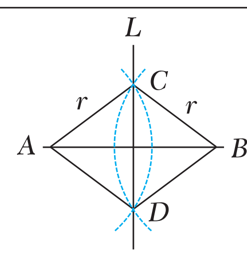
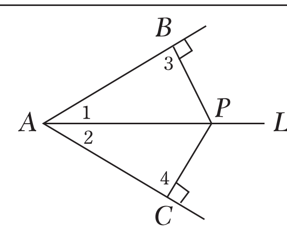
(1) $\overset{\frown}{AB}$ 弧長：$\dfrac{\overset{\frown}{AB}}{x°}=\dfrac{\text{圓周長}}{360°}\Rightarrow \overset{\frown}{AB}\text{弧長}=\dfrac{x°}{360°}\times 2\pi r$。

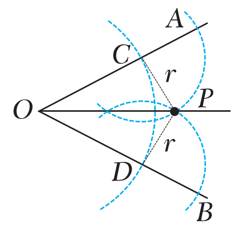
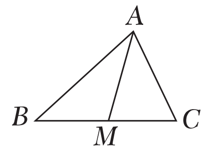
(2) 扇形面積：$\dfrac{\text{扇形面積}}{x°}=\dfrac{\text{圓面積}}{360°}\Rightarrow \text{扇形面積}=\dfrac{x°}{360°}\times \pi r^2$。

(3) 扇形周長：$(\overline{OA}+\overline{OB})+\overset{\frown}{AB}=\text{直徑}+\overset{\frown}{AB}$。

單元十五 尺規作圖與線對稱圖形

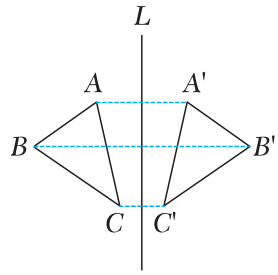
重點 1

垂直平分線（中垂線）	1. 若 M 點為 $\overline{AB}$ 的中點，通過 M 點且垂直 $\overline{AB}$ 的直線，稱為 $\overline{AB}$ 的垂直平分線（簡稱中垂線），如圖中的直線 L。 2. 垂直平分線上任一點到這線段的兩端點等距離（$\overline{PA}=\overline{PB}$）	
垂直平分線作圖	線段中垂線（垂直平分線作圖）： 如右圖，以 A、B 兩點為圓心，分別以半徑 $r>\dfrac{1}{2}\overline{AB}$ 畫弧， 交於 C、D 兩點，連接中垂線 L。	
角平分線	1. 若直線 L 將 $\angle BAC$ 平分成兩個相等角，即 $\angle 1=\angle 2$，稱直線 L 為 $\angle BAC$ 的角平分線或分角線。 2. 角平分線上任一點到此角的兩邊等距離。（$\overline{PB}=\overline{PC}$）	

角平分線作圖	角平分線作圖：如右圖，$\angle AOB$ 中以 O 點為圓心，適當的長為半徑畫弧，交 $\angle AOB$ 於 C、D，分別以 C、D 兩點為圓心，以半徑 $r>\frac{1}{2}\overline{CD}$ 畫弧，兩弧交於 P 點，連接 $\overline{OP}$，即為所求。 
中線	1. $\triangle ABC$ 中，M 點為 $\overline{BC}$ 的中點，則頂點 A 與中點 M 的連線 $\overline{AM}$，稱為 $\overline{BC}$ 邊上的中線。 2. 中線會將三角形分成面積相等的兩個三角形。 （$\triangle ABM$ 面積 $=\triangle ACM$ 面積 $=\frac{1}{2}\triangle ABC$ 面積） 

重點 2

如右圖，$\triangle ABC$ 的線對稱圖形為 $\triangle A'B'C'$，L 為對稱軸，則 L 為 $\overline{AA'}$、$\overline{BB'}$、$\overline{CC'}$ 的中垂線；$\angle A=\angle A'$、$\angle B=\angle B'$、$\angle C=\angle C'$。



單元十六 三角形

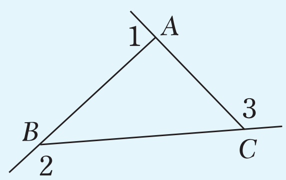
重點 1

任意 $\triangle ABC$，$\angle 1$、$\angle 2$、$\angle 3$ 為其外角，則：

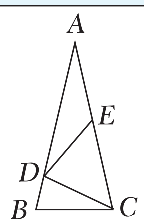
(1) 內角和：$\angle A+\angle B+\angle C=180^\circ$

(2) 外角和：$\angle 1+\angle 2+\angle 3=360^\circ$

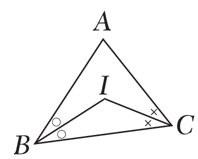
(3) 外角定理：$\angle 1=\angle B+\angle C$，$\angle 2=\angle A+\angle C$，$\angle 3=\angle A+\angle B$



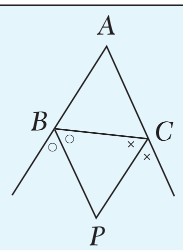
(1) 等腰三角形：
等腰 $\triangle ABC$ 中，
若 $\overline{AB}=\overline{AC}$
且 $\overline{AE}=\overline{DE}=\overline{CD}=\overline{BC}$，
則 $\angle A=\dfrac{180^\circ}{2\times\triangle ABC\text{ 內等腰三角形的個數}+1}$



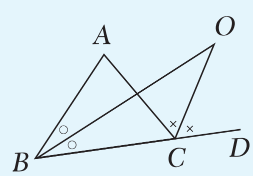
(2) $\overline{BI}$ 為 $\angle ABC$ 角平分線
$\overline{CI}$ 為 $\angle ACB$ 角平分線
$\Rightarrow \angle BIC=90^\circ+\frac{1}{2}\angle A$



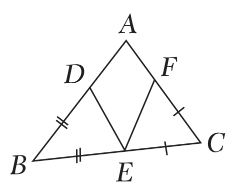
(3) $\overline{BP}$、$\overline{CP}$ 為 $\triangle ABC$ 的 $\angle B$、$\angle C$ 外角平分線
$\Rightarrow \angle BPC=90^\circ-\frac{1}{2}\angle A$



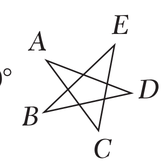
(4) $\overline{BO}$ 為 $\angle ABC$ 平分線
$\overline{CO}$ 為 $\angle ACD$ 平分線
$\Rightarrow \angle BOC=\frac{1}{2}\angle A$

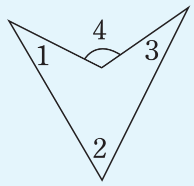
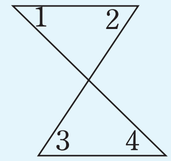


(5) $\triangle ABC$ 中，
若 $\overline{BD}=\overline{BE}$，$\overline{CF}=\overline{CE}$
$\Rightarrow \angle DEF=90^\circ-\frac{1}{2}\angle A$



(6) 星形角：
$\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E=180^\circ$
n 角星形頂角和 $=(n-4)\times 180^\circ$



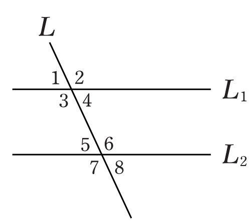
(7) 鏢形角：$\angle 4 = \angle 1 + \angle 2 + \angle 3$ 	(8) 8 字形角：$\angle 1 + \angle 2 = \angle 3 + \angle 4$ 
n 多邊形的內角和 $= (n-2)\times 180^\circ$ 正 n 邊形的每一內角 $= \dfrac{(n-2)\times 180^\circ}{n}$ 或 $180^\circ - \dfrac{360^\circ}{n}$	n 多邊形的外角和 $= 360^\circ$， 正 n 多邊形的每一外角 $= \dfrac{360^\circ}{n}$

重點 2

全等的定義	若 $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 兩圖形完全疊合，頂角、邊和角都完全重合，我們稱 $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 全等，記成 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$。
全等的對應	1. 各對應角相等：$\angle A = \angle D$、$\angle B = \angle E$、$\angle C = \angle F$。 2. 各對應邊相等：$\overline{AB} = \overline{DE}$、$\overline{BC} = \overline{EF}$、$\overline{AC} = \overline{DF}$。
全等性質	1. SSS 全等：若 $\overline{AB} = \overline{DE}$、$\overline{BC} = \overline{EF}$、$\overline{AC} = \overline{DF}$，則 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$。 2. SAS 全等：若 $\angle A = \angle D$、$\overline{AB} = \overline{DE}$、$\overline{AC} = \overline{DF}$，則 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$。 3. ASA 全等：若 $\angle A = \angle D$、$\angle B = \angle E$、$\overline{AB} = \overline{DE}$，則 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$。 4. AAS 全等：若 $\angle A = \angle D$、$\angle B = \angle E$、$\overline{BC} = \overline{EF}$，則 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$。 5. RHS 全等（直角三角形）：$\angle C = \angle F = 90^\circ$、斜邊 $\overline{AB} = \overline{DE}$，任一股對應等長 $\overline{BC} = \overline{EF}$（或 $\overline{AC} = \overline{DF}$），則 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$。

單元十七 平行與平行四邊形

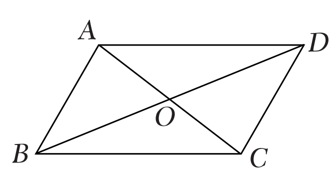
重點 1

平行	平面上兩直線 L_1、L_2 同時垂直於一直線，稱 L_1 與 L_2 互相平行，記作 $L_1 // L_2$。	
平行線的性質	1. 兩平行線之間的距離處處相等。 2. 兩平行線沒有交點。 3. 截角性質：兩平行線（$L_1 // L_2$）被一直線（L）所截，則： (1) 同位角相等：$\angle 1 = \angle 5$，$\angle 2 = \angle 6$，$\angle 3 = \angle 7$，$\angle 4 = \angle 8$ (2) 內錯角相等：$\angle 3 = \angle 6$，$\angle 4 = \angle 5$ (3) 同側內角互補：$\angle 3 + \angle 5 = 180^\circ$，$\angle 4 + \angle 6 = 180^\circ$	

重點 2 平行四邊形的性質

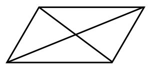
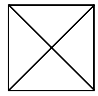
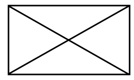
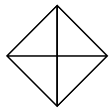
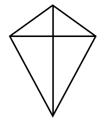
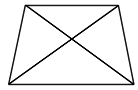
若 $ABCD$ 為平行四邊形，具有以下性質：

1. $\overline{AB} // \overline{CD}$，$\overline{AD} // \overline{BC}$
2. $\overline{AB} = \overline{CD}$，$\overline{AD} = \overline{BC}$
3. $\angle A = \angle C$，$\angle B = \angle D$
4. $\overline{AO} = \overline{CO}$，$\overline{BO} = \overline{DO}$
5. $\overline{AB} // \overline{CD}$，$\overline{AB} = \overline{CD}$ 或 $\overline{AD} // \overline{BC}$，$\overline{AD} = \overline{BC}$
6. 任一對角線分成兩全等三角形
7. 兩對角線分成四個等面積三角形



重點 3

對角線、四邊中點連線、面積的特性：

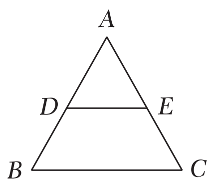
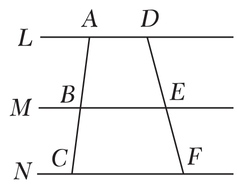
圖形							
名稱		平行四邊形	正方形	矩形	菱形	箏形	等腰梯形
對角線	互相平分	✓	✓	✓	✓	×	×
	互相垂直	×	✓	×	✓	✓	×
	等長	×	✓	✓	×	×	✓
四邊中點連線的圖形		平行四邊形	正方形	菱形	矩形	矩形	菱形
內角平分線形成圖形		矩形	一點	矩形	一點	一點	×
面積		底×高	(邊長)^2	長×寬	$\frac{1}{2}$×對角線乘積		$\frac{高}{2}$×(兩底和)或(中線×高)

單元十八 相似形與相似三角形

重點 1

AA(AAA)相似性質	若 $\angle A=\angle D$、$\angle B=\angle E$、$\angle C=\angle F$，則 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$
SSS 相似性質	若 $\overline{AB}:\overline{DE}=\overline{BC}:\overline{EF}=\overline{AC}:\overline{DF}$，則 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$
SAS 相似性質	若 $\angle A=\angle D$、$\overline{AB}:\overline{DE}=\overline{AC}:\overline{DF}$，則 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$
相似三角形的特性	1. 對應高的比等於對應邊的比。 2. 對應中線長的比等於對應邊的比。 3. 對應分角線長的比等於對應邊的比。 4. 周長的比等於對應邊的比。 5. 面積比例等於對應邊長平方的比例。

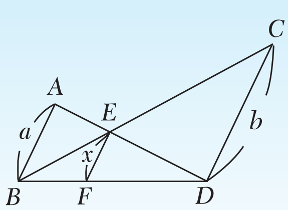
重點 2

圖例		
已知條件	在 $\triangle ABC$ 中，$\overline{DE} // \overline{BC}$	$L // M // N$
結論	$\overline{AD}:\overline{AB}=\overline{AE}:\overline{AC}=\overline{DE}:\overline{BC}$ $\overline{AD}:\overline{DB}=\overline{AE}:\overline{EC}$	$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{DE}:\overline{DF}$ $\overline{AB}:\overline{BC}=\overline{DE}:\overline{EF}$

重點 3

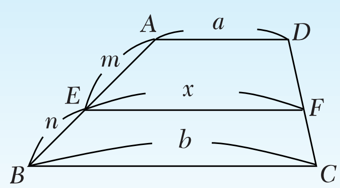
$\overline{AB} // \overline{EF} // \overline{CD}$

$\Rightarrow \frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{x}$



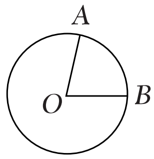
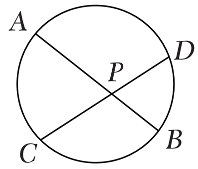
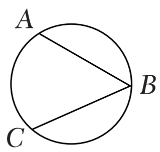
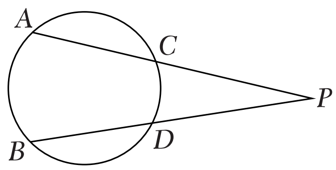
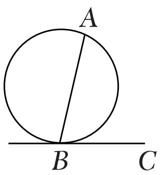
$\overline{AD} // \overline{EF} // \overline{BC}$

$\Rightarrow x=\frac{an+bm}{m+n}$



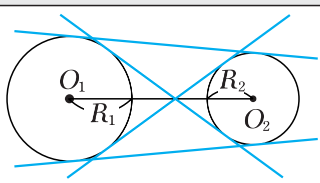
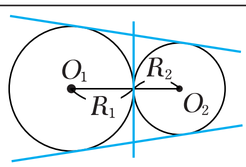
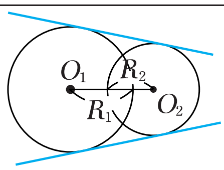
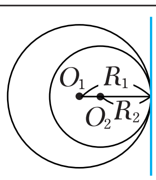
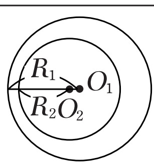
單元十九 圓形

重點 1

圓心角	 $\angle AOB = \overset{\frown}{AB}$	圓內角	 $\angle APC = \frac{1}{2}(\overset{\frown}{AC} + \overset{\frown}{BD})$
圓周角	 $\angle ABC = \frac{1}{2}\overset{\frown}{AC}$	圓外角	 $\angle APB = \frac{1}{2}(\overset{\frown}{AB} - \overset{\frown}{CD})$
弦切角	 $\angle ABC = \frac{1}{2}\overset{\frown}{AB}$	重點	1. 弧的度數等於所對圓心角的度數。圓周的弧度為 360°；半圓的弧度為 180° 2. 若圓心角為 $\theta°$，弧長 $= \frac{\theta°}{360°} \times 2\pi r$ 3. 若圓心角為 $\theta°$，扇形面積 $= \frac{\theta°}{360°} \times \pi r^2$，扇形周長 $= \frac{\theta°}{360°} \times 2\pi r + 2r$ 4. 圓內接四邊形的性質：對角互補

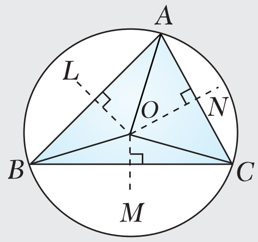
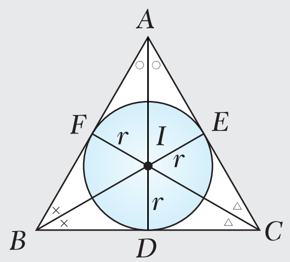
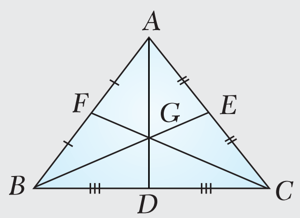
重點 2

設圓 O_1、O_2 的半徑分別為 R_1、R_2，且 $R_1 > R_2$

圖解	位置名稱	相交情形	連心線與半徑長	公切線數目		
				內	外	總數
	外離	不相交	$\overline{O_1O_2} > R_1 + R_2$	2	2	4
	外切	交於一點	$\overline{O_1O_2} = R_1 + R_2$	1	2	3
	相交兩點	交於兩點	$R_1 - R_2 < \overline{O_1O_2} < R_1 + R_2$	0	2	2
	內切	交於一點	$\overline{O_1O_2} = R_1 - R_2$	0	1	1
	內離	不相交	$\overline{O_1O_2} < R_1 - R_2$	0	0	0

單元二十 幾何證明與三角形的三心

重點 1

 外心 O：三邊的垂直平分線交點	1. $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}=R$（外接圓半徑） 2. 當 $\angle A\leq 90^\circ$，$\angle BOC=2\angle A$ 當 $\angle A>90^\circ$，$\angle BOC=360^\circ-2\angle A$ 3. 正三角形的邊長為 a，則： (1) 外心到頂點的距離為 $\frac{\sqrt{3}}{3}a$　(2) 外心到邊的距離為 $\frac{\sqrt{3}}{6}a$
 內心 I：三條內角平分線交點	1. $\overline{ID}=\overline{IE}=\overline{IF}=r$（內切圓半徑） 2. $\triangle ABI$ 面積：$\triangle BCI$ 面積：$\triangle ACI$ 面積 $=\overline{AB}:\overline{BC}:\overline{AC}$ 3. $\angle BIC=90^\circ+\frac{1}{2}\angle BAC$ 4. $\triangle ABC$ 面積 $=\frac{1}{2}r\times s$，其中 $s=\triangle ABC$ 周長 5. 直角三角形的內切圓半徑 $=\frac{1}{2}$(兩股和 $-$ 斜邊)
 重心 G：三條中線交點	1. $\overline{AG}=\frac{2}{3}\overline{AD}$，$\overline{DG}=\frac{1}{3}\overline{AD}$（另兩條中線其重心位置的比例亦同） 2. $\triangle ABG$ 面積 $=\triangle BCG$ 面積 $=\triangle ACG$ 面積 $=\frac{1}{3}\triangle ABC$ 面積 3. $\triangle AFG$ 面積 $=\triangle BFG$ 面積 $=\triangle AEG$ 面積 $=\triangle CEG$ 面積 $=\triangle BDG$ 面積 $=\triangle CDG$ 面積 $=\frac{1}{6}\triangle ABC$ 面積 4. 直角三角形重心到外心的距離為斜邊的 $\frac{1}{6}$

單元廿一 二次函數

重點 1

<table>
<tr><td>二次函數</td><td colspan="3">設 a、b、c 為常數且 $a\neq 0$，則 $y=f(x)=ax^2+bx+c$ 所表示的函數叫做二次函數，其圖形為拋物線。</td></tr>
<tr><td rowspan="6">圖形的平移</td><td colspan="3">原 $y=ax^2$ 的函數圖形，若經由上、下、左、右的平移方式，可得到新的函數</td></tr>
<tr><td colspan="2">平移方式</td><td>新的函數</td></tr>
<tr><td colspan="2">向右平移 h 單位</td><td>$y=a(x-h)^2$</td></tr>
<tr><td colspan="2">向左平移 h 單位</td><td>$y=a(x+h)^2$</td></tr>
<tr><td colspan="2">向上平移 k 單位</td><td>$y=ax^2+k$</td></tr>
<tr><td colspan="2">向下平移 k 單位</td><td>$y=ax^2-k$</td></tr>
<tr><td rowspan="8">函數圖形的特徵</td><td colspan="3">二次函數 $y=ax^2+bx+c\ (a\neq 0)$，利用配方法可改寫為 $y=a(x-h)^2+k$ 的形式</td></tr>
<tr><td rowspan="2">開口方向</td><td>當 $a>0$</td><td>開口向上</td></tr>
<tr><td>當 $a<0$</td><td>開口向下</td></tr>
<tr><td>開口大小</td><td colspan="2">$|a|$ 愈小，則開口愈大；$|a|$ 愈大，則開口愈小。</td></tr>
<tr><td rowspan="2">對稱軸</td><td>當 $h=0$</td><td>對稱軸為 $x=0$（y 軸）</td></tr>
<tr><td>當 $h\neq 0$</td><td>對稱軸為 $x=h$</td></tr>
<tr><td>頂點</td><td colspan="2">(h,k) 或 $(-\frac{b}{2a},\frac{4ac-b^2}{4a})$</td></tr>
</table>

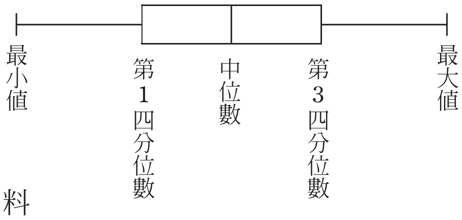
<table>
<tr><td rowspan="6">函數圖形與兩軸的交點</td><td rowspan="5">與 x 軸交點</td><td colspan="4">$y=0$ 代入，得 $0=ax^2+bx+c$ 一元二次方程式，故：</td></tr>
<tr><td>$b^2-4ac>0$</td><td>拋物線與 x 軸交兩點</td><td colspan="2">交點為
$\left(\dfrac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a},0\right)$ 與 $\left(\dfrac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a},0\right)$</td></tr>
<tr><td>$b^2-4ac=0$</td><td>拋物線與 x 軸交一點（相切）</td><td colspan="2">交點為 $\left(-\dfrac{b}{2a},0\right)$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">$b^2-4ac<0$</td><td rowspan="2">拋物線與 x 軸不相交</td><td>若 $a>0$</td><td>圖形在 x 軸的上方</td></tr>
<tr><td>若 $a<0$</td><td>圖形在 x 軸的下方</td></tr>
<tr><td>與 y 軸交點</td><td>$x=0$ 代入，得 $y=c$</td><td>拋物線與 y 軸有一個交點</td><td colspan="2">交點為 $(0,c)$</td></tr>
</table>

單元廿二 統計圖表與機率

重點 1

統計量	定義	計算方式
算術平均數	資料群組的總和除以資料群組的個數。	1. 資料未分組：算數平均數 = 資料總和 ÷ 總次數 2. 資料以分組：算數平均數 =（各組中間值 × 次數）的總和 ÷ 總次數
中位數	將資料群組由小到大排序後，正中央的資料值稱為中位數。	1. 已排序的資料有奇數 $(2n-1)$ 個；取第 n 個數當中位數 2. 已排序的資料有偶數 $(2n)$ 個；取第 n 個數和第 $n+1$ 個數的平均值當中位數。
眾數	在資料群組中，次數出現最多次的數值稱為眾數。	將資料整理繪製成次數分配表或次數分配圖，找出次數最多次的數值。

1. **第 1 四分位數**（Q_1）：第 25 百分位數。
2. **第 2 四分位數**（Q_2）：第 50 百分位數，亦為中位數。
3. **第 3 四分位數**（Q_3）：第 75 百分位數。
4. **四分位距** $=Q_3-Q_1$。
5. **全距** = 最大值 − 最小值。
6. **盒狀圖**：利用原始資料的最小值、第 1 四分位數（Q_1）、中位數、第 3 四分位數（Q_3）、最大值等 5 數繪成盒狀圖，觀察資料的整體分布情況。



機率	1. 一事件會發生的機會大小，機率通常以百分率或分數來表示。 2. 一隨機實驗中所有可能發生的結果有 m 種，若每一種結果發生的可能性都相等，則每一種結果發生的機率為 $\dfrac{1}{m}$。 3. 做一隨機實驗，包含某些指定性質的結果（就是題目所設的條件）稱為事件。 A 事件發生的機率 $P(A)=\dfrac{A\text{ 事件所包含的結果個數}}{\text{所有可能結果的個數}}=\dfrac{n}{m}$。
機率的性質	1. 一定發生的事件，機率為 1。 2. 不可能發生的事件，機率為 0。 3. $0\le P(A)=\dfrac{n}{m}\le 1$。 4. A 事件不會發生的機率 $P(A')=1-P(A)=1-\dfrac{n}{m}$。 5. 若 $P(A)=\dfrac{a}{m}$，$P(B)=\dfrac{b}{n}$，則 A、B 事件同時（或先後）發生的機率為 $\dfrac{a}{m}\times\dfrac{b}{n}$。