

## Unit 8 比與比例式

能力指標：◎ (N-3-07) 能熟練比例式的基本運算 (含  $a:b=c:d \Rightarrow a/b=c/d$  ;  $a:b=c:d \Rightarrow ad=bc$  ;  $a:b=c:d \Rightarrow a=bk, c=dk$  ;  $a/b=c/d \Rightarrow ad=bc$  ;  $a/b=c/d \Rightarrow a=bk, c=dk$  ; 比的化簡)。

◎ (N-3-07) 能理解連比和連比例的意義。

◎ (N-3-05、N-3-07) 能熟練連比例式的應用，如單位換算、三角形面積與邊長或圓面積與半徑間的變化關係。

### 能力一：比與比值

#### 一、比的定義

假設  $a$ 、 $b$  為同類量 (相同單位) 的任意兩實數，將  $a$ 、 $b$  的比寫成  $a:b$ ，『 $a$ 』為比的前項；『 $b$ 』為比的後項且後項不可為 0 ( $b \neq 0$ )。

#### 二、比的性質

##### (一) 比的乘、除性質

比的前項與後項『同乘』與『同除』一個不為 0 的數，其值不變。

$$\text{eg: } a:b = a \times m : b \times m = \frac{a}{n} : \frac{b}{n} \quad (m \text{ \& } n \neq 0)$$

##### (二) 比值

若比的前項 ( $a$ ) 除以後項 ( $b$ ) 所得的商即為『比值 ( $\frac{a}{b}$ )』；比值常用分數型式表示 (且要以最簡分數或整數表示)，另外比值是同類量相除的結果，故比值沒有單位。

##### (三) 比與比值的迷思概念

1. 『比』是除法概念的延伸，所以僅在前項與後項『同乘』與『同除』時，其值不變；因此，比的前項與後項『同加』與『同減』，其值會改變！

2. 假設  $a:b$  且  $b \neq 0$  時，請注意下列情形：

$$(1) a:b = a \times b : a \times b = ab : b^2$$

$$\text{eg: } 2:7 = 2 \times 7 : 7 \times 7 = 14:49$$

$$(2) a:b = a \times a : b \times a = a^2 : ab \text{ (不一定成立! 當 } a=0 \text{ 時, 不成立)}$$

$$\text{eg: } \begin{cases} 2:7 = 2 \times 2 : 2 \times 7 = 4:14 \text{ (成立)} \\ 0:7 = 0 \times 0 : 0 \times 7 = 0:0 \text{ (不成立, } 0:0 = \frac{0}{0} \text{ 無意義)} \end{cases}$$

(3)  $a:b = a \times a : b \times b = a^2 : b^2$  (僅在  $a$ 、 $b$  均為 1 時才成立)

### 【比與比值】

講解一：

(1) 若  $a=2$ 、 $b=5$ ，則  $\frac{(a-b)^2}{ab} : \frac{ab}{(a+b)^2}$  的比為何？又比值為何呢？

(2) 健明是一位大官，某天自行開車上班，開到全部路程的  $\frac{6}{7}$  時，因為沒油所以在路上拋錨，因為已經接近目的地了，所以，健明叫隨扈人員推車，若推車的時間是開車的 3 倍，請問健明開車及推車的速度比為何呢？

Sol)

$$(1) \frac{(2-5)^2}{2 \times 5} : \frac{2 \times 5}{(2+5)^2} \Rightarrow \frac{9}{10} : \frac{10}{49} \Rightarrow 441:100 \Rightarrow \text{比值} = \frac{441}{100}$$

(2) 設全部路程是  $s$ ，開車的時間是  $t$

$$\text{開車的速度是 } \frac{6}{7}s \div t = \frac{6s}{7t}, \text{ 推車的時間是 } \frac{1}{7}s \div 3t = \frac{s}{21t}$$

$$\text{開車速度比推車速度是 } \frac{6s}{7t} : \frac{s}{21t} = 18st : st = 18:1$$

練習一：

(1) 若  $(x-6):(y+3) = \frac{2}{5}$ ，且  $x \neq 0$ ，試求  $(5x-36):6y$  的比與比值為何呢？

(2) 有小朋友在池塘中溺水了，消防局的人員為了知道池塘有多深，便拿了一根竹竿伸到水中測量水深，測量後知道竹竿沾有水的長度是沒沾到水的 2 倍，沾有泥土的長度佔全長的  $\frac{1}{5}$ ，請問竹竿在水中長度與全長的比值為何呢？

Sol)

$$(1) \begin{aligned} (x-6):(y+3) &= 2:5 \Rightarrow 2(y+3) = 5(x-6) \Rightarrow 2y+6 = 5x-30 \\ &\Rightarrow 2y = 5x-36 \Rightarrow (5x-36):6y = 2y:6y = 1:3 \Rightarrow \text{比值} \frac{1}{3} \end{aligned}$$

(2) 設竹竿全長為  $x$ ，水中及水面上的長度和為  $\left(1 - \frac{1}{5}\right)x = \frac{4}{5}x$ ，

水中的長度是水面上的 2 倍，所以水中的長度為  $\frac{4}{5}x \times \frac{2}{3} = \frac{8}{15}x$ ，

水中的長度與全長的比為  $\frac{8}{15}x : x = 8:15 \Rightarrow \text{比值} \frac{8}{15}$

**【十分鐘即時練習】**

(B) 1. 請問  $m^2n^3:mn$  ( $m、n \neq 0$ ) 的比值為下列何者呢？(A)  $mn$  (B)  $mn^2$  (C)  $m^2n$  (D)  $m^2n^2$ 。

$$\text{Sol)} m^2n^3:mn = \frac{m^2n^3}{mn} = mn^2$$

(B) 2. 試求 2 分鐘：50 秒的比值為何呢？(A)  $\frac{5}{12}$  (B)  $\frac{12}{5}$  (C)  $\frac{1}{25}$  (D)  $\frac{13}{5}$ 。

$$\text{Sol)} 2\text{分鐘}:50\text{秒} = 2 \times 60\text{秒}:50\text{秒} = 120:50 = \frac{12}{5}$$

(C) 3. 有一個長方形，其長：寬 = 4：3，已知寬為 90 公分，求此長方形的長為何呢？(A) 100 (B) 110 (C) 120 (D) 130 公分。

$$\text{Sol)} \text{長:寬} = 4:3 \Rightarrow \text{長}:90 = 4:3 \Rightarrow \text{長} = \frac{90 \times 4}{3} = 120$$

(D) 4. 一食鹽水溶液有 600 公克，如果食鹽重量與食鹽水溶液重量比是 3：197，問食鹽有幾公克呢？水有幾公克呢？(A) 鹽：6 公克；水 594 公克 (B) 鹽：7 公克；水 593 公克 (C) 鹽：8 公克；水 592 公克 (D) 鹽：9 公克；水 591 公克。

$$\text{Sol)} \frac{\text{食鹽}}{\text{食鹽水}} = \frac{3}{200} \Rightarrow \frac{\text{食鹽}}{600} = \frac{3}{200} \Rightarrow \text{食鹽} = \frac{3 \times 600}{200} = 9(\text{克})$$

$$\frac{\text{食鹽}}{\text{食鹽}+\text{水}} = \frac{3}{200} = \frac{9}{9+\text{水}} \Rightarrow \text{水} = \frac{200 \times 9}{3} - 9 = 591(\text{克})$$

(A) 5. 若甲的體重比乙的體重是 5：4，丙的體重比乙的體重是 6：5，丁的體重比乙的體重是 35：38，問四人中誰最重？(A) 甲 (B) 乙 (C) 丙 (D) 丁。

$$\text{Sol)} \text{甲:乙} = 5:4, \text{丙:乙} = 6:5, \text{丁:乙} = 35:38$$

$$[4,5,38] = 380, \text{甲:乙} = 475:380, \text{丙:乙} = 456:380, \text{丁:乙} = 350:380 \Rightarrow \text{甲最重}$$

**能力二：比例式與連比例****一、比例式的意義**

若  $a:b=c:d$  ( $b \neq 0, d \neq 0$ ) 成立，則稱  $a:b$  及  $c:d$  的比相等或比值相等；同時我們稱  $a$  和  $d$  為外項， $b$  和  $c$  為內項，這樣的式子稱為比例式。

$$\text{eg: } 1:2 = \frac{1}{2}, 5:10 = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} \Rightarrow 1:2 = 5:10$$

## 二、比例式的運算

(一) 內項相乘=外項相乘

(二) 等號兩邊交叉相乘

$$\underbrace{a:b=c:d}_{a \times d} \Rightarrow b \times c = a \times d$$

$$a:b=c:d \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a \times d = b \times c$$

(三) 在未化簡的比例式中，等號兩邊常常具有公倍數的關係，例如：2:3=6:9，等號右邊與左邊呈現公倍數(3)關係(2:3=2×3:3×3=6:9)。

因此，我們可以設此公倍數為  $r$ ，如此  $\Rightarrow 2:3=2r:3r$  ( $r$  為非0的任意數)。

若  $a:b=c:d$  可假設  $a=cr, b=dr$  解題。

## 三、連比例式的意義

若  $xyz \neq 0, abc \neq 0$  且  $x, y, z, a, b, c$  皆不為 0，則  $x:y:z=a:b:c$  或  $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$  稱為連比例式。

## 四、連比例式的運算

(一) 見「比」設  $r$ 

$$x:y:z=a:b:c \Rightarrow x:y:z=ar:br:cr \text{ 可設 } \Rightarrow \begin{cases} x=ar \\ y=br \\ z=cr \end{cases}$$

(二) 見「=」設  $k$ 

$$\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} \text{ 可設 } \Rightarrow \frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} = k \Rightarrow \begin{cases} x=ak \\ y=bk \\ z=ck \end{cases}$$

(三) 連比的合併

已知  $a:b$  及  $b:c$  時，要合併為連比，先找出相同的『項』，先求其最小公倍數，再擴分後合併，請見以下說明：

假設 $a:b=3:5$ 且 $b:c=4:7$ 求 $a:b:c=?$	
$\left. \begin{array}{l} a:b=3:5 \\ b:c=4:7 \end{array} \right\} \Rightarrow [5, 4]=20 \Rightarrow$	$\begin{array}{r} a : b : c \\ 3 \times 4 : 5 \times 4 \\ \hline 4 \times 5 : 7 \times 5 \\ 12 : 20 : 35 \end{array}$
$\Rightarrow a:b:c=12:20:35$	

## 【比例式】

講解一：

(1) 若  $(x-3):6=(x+7):7$ ，請問  $x=?$

(2)  $5:7=\frac{22}{a}:\frac{14}{5}=\frac{b}{28}:\frac{9}{20}$ ，請問  $a+b=?$

Sol)

(1)  $(x-3):6=(x+7):7 \Rightarrow 6(x+7)=7(x-3)$   
 $\Rightarrow 6x+42=7x-21 \Rightarrow 42-21=x, x=21$

(2)  $5:7=\frac{22}{a}:\frac{14}{5}=\frac{b}{28}:\frac{9}{20} \Rightarrow \begin{cases} 7 \times \frac{22}{a} = 5 \times \frac{14}{5} \Rightarrow \frac{154}{a} = \frac{70}{5} \Rightarrow a=11 \\ 7 \times \frac{b}{28} = 5 \times \frac{9}{20} \Rightarrow \frac{b}{4} = \frac{9}{4} \Rightarrow b=9 \end{cases} \Rightarrow a+b=20$

練習一：

(1) 若  $\frac{3}{14}:\frac{|2x|}{5}=6:7$ ，請問  $x=?$

(2) 若  $\frac{4y-7x}{3x+y}=\frac{1}{2}$ ，請問  $x^2:y^2=?$

Sol)

(1)  $\frac{3}{14}:\frac{|2x|}{5}=6:7 \Rightarrow 6 \times \frac{|2x|}{5} = 7 \times \frac{3}{14} \Rightarrow \frac{|12x|}{5} = \frac{3}{2}$   
 $|12x| = \frac{15}{2} \Rightarrow 12x = \pm \frac{15}{2} \Rightarrow x = \pm \frac{15}{2} \times \frac{1}{12} = \pm \frac{5}{8}$

(2)  $\frac{4y-7x}{3x+y}=\frac{1}{2} \Rightarrow (8y-14x)=(3x+y) \Rightarrow 7y=17x$   
 $x:y=17:7 \Rightarrow x^2:y^2=289:49$

## 【連比例】

講解二：

(1) 若  $x:y=3:2$ ， $y:z=7:5$ ，請問  $x:y:z=?$

(2) 若  $a:b=1:5$ ， $b:c=4:3$ ，請問①  $a:b:c=?$  ②  $\frac{1}{a}:\frac{1}{b}:\frac{1}{c}=?$

Sol)

$$\begin{array}{l} x : y : z \\ (1) \quad 3 : 2 \qquad \qquad \qquad \Rightarrow x:y:z=21:14:10 \\ \quad \quad \underline{7 : 5} \\ \quad \quad 3 \times 7 : 7 \times 2 : 5 \times 2 \Rightarrow 21:14:10 \end{array}$$

$$a : b : c$$

$$1 : 5$$

$$(2) \quad \underline{\quad 4 : 3}$$

$$1 \times 4 : 5 \times 4 : 5 \times 3 = 4 : 20 : 15 \Rightarrow a:b:c=4:20:15$$

$$\Rightarrow \frac{1}{a} : \frac{1}{b} : \frac{1}{c} = \frac{1}{4} : \frac{1}{20} : \frac{1}{15} = 15:3:4$$

練習二：

$$(1) \text{ 若 } a:b = \frac{3}{2} : \frac{2}{3}, b:c = 5\frac{1}{4} : 4\frac{1}{5}, \text{ 請問 } a:b:c = ?$$

$$(2) \text{ 若 } a:b=0.7:0.9, b:c=0.3:0.8, \text{ 請問 } \frac{1}{a} : \frac{1}{b} : \frac{1}{c} = ?$$

Sol)

$$a:b=9:4, b:c=5:4$$

$$(1) \quad a:b:c=(9 \times 5):(4 \times 5):(4 \times 4)=45:20:16$$

$$a:b = \frac{7}{10} : \frac{9}{10} = 7:9, b:c = \frac{3}{10} : \frac{8}{10} = 3:8$$

$$(2) \quad a:b:c=7:9:24 \Rightarrow \frac{1}{a} : \frac{1}{b} : \frac{1}{c} = \frac{1}{7} : \frac{1}{9} : \frac{1}{24} = 72:56:21$$

【連比例式】

講解三：

$$(1) \text{ 若 } x:y:z=3:4:5, \text{ 請問 } (x+2y+3z):(x+2y-3z) = ?$$

$$(2) \text{ 若 } xyz \neq 0, \text{ 且 } 2x=3y=5z, \text{ 則 } x:y:z = ?$$

Sol)

$$\text{設 } x:y:z=3r:4r:5r \leftarrow [\text{看到比設 } r]$$

$$(1) \quad (x+2y+3z):(x+2y-3z) = (3r+8r+15r):(3r+8r-15r) \\ = 26r:(-4r) = 13:(-2)$$

$$\text{設 } 2x=3y=5z=k \leftarrow [\text{看到等號設 } k]$$

$$(2) \quad x = \frac{k}{2}, y = \frac{k}{3}, z = \frac{k}{5} \Rightarrow x:y:z = \frac{k}{2} : \frac{k}{3} : \frac{k}{5} = 15k:10k:6k = 15:10:6$$

練習三：

$$(1) \text{ 若 } 3x:4y:5z=6:7:8, \text{ 請問 } (x+y):(y+z):(z+x) = ?$$

(2) 若  $xyz \neq 0$ ，且  $\frac{1}{4}x = \frac{1}{2}y = \frac{1}{3}z$ ，請問  $(x+y):(y+z):(z+x) = ?$

Sol)

$$3x:4y:5z=6:7:8 \Leftarrow [\text{看到比設}r]$$

$$(1) \quad 3x:4y:5z=6r:7r:8r \Rightarrow x:y:z = \frac{6}{3}r:\frac{7}{4}r:\frac{8}{5}r = 120r:105r:96r = 40:35:32$$

$$x=40r, y=35r, z=32r$$

$$(x+y):(y+z):(z+x) = (40r+35r):(35r+32r):(32r+40r) = 75:67:72$$

$$\frac{1}{4}x = \frac{1}{2}y = \frac{1}{3}z \Leftarrow [\text{看見等號設}k]$$

$$(2) \quad \frac{1}{4}x = \frac{1}{2}y = \frac{1}{3}z = k \Rightarrow x=4k, y=2k, z=3k$$

$$(x+y):(y+z):(z+x) = (4k+2k):(2k+3k):(3k+4k) = 6:5:7$$

### 【十分鐘即時練習】

(C) 1. 若  $a$ 、 $b$  都是正數，且  $5a=2b$ ，下列各敘述中何者正確 (A)  $a > b$  (B)  $a : b = 5 : 2$  (C)  $a : b = 2 : 5$  (D)  $2b=5a$ 。

Sol)  $5a=2b \Rightarrow a:b=2:5 \Rightarrow a < b$

(B) 2. 請問  $(2x+3):5 = (3x-15):6$ ， $x$  的值為何呢？(A) 21 (B) 31 (C) 69 (D) 96。

Sol)  $(2x+3):5 = (3x-15):6 \Rightarrow 15x-75=14x+21 \Rightarrow x=96$

(A) 3. 已知  $5a : 4b = 3 : 16$ ，求  $a : b = ?$  (A)  $3 : 20$  (B)  $13 : 20$  (C)  $17 : 20$  (D)  $19 : 20$ 。

Sol)  $5a:4b=3:16 \Rightarrow 12b=80a \Rightarrow a:b=12:80=3:20$

(D) 4. 已知  $a : b = 3 : 4$ ， $b : c = 2 : 5$ ，求連比  $a : b : c = ?$  (A)  $46 : 52 : 71$  (B)  $23 : 24 : 20$  (C)  $13 : 14 : 10$  (D)  $3 : 4 : 10$ 。

Sol)  $a:b=3:4, b:c=2:5 \Rightarrow a:b:c=3:4:10$

(C) 5. 設  $x : y : z = 2 : 5 : 6$ ，且  $[x, y, z] = 60$ ，則  $3x + y - z = ?$   
(A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11。

Sol) 設  $x=2r, y=5r, z=6r, \therefore [2r, 5r, 6r] = 60 \Rightarrow 30r=60, r=2, \therefore x=4, y=10, z=12$ ，故  $3x+y-z=12+10-12=10$

### 能力三：反比及其它性質

#### 一、反比

當  $a, b \neq 0$  時，『 $a : b$ 』的反比為『 $b : a$ 』，亦即  $a : b = \frac{1}{a} : \frac{1}{b} \Rightarrow$  同乘  $ab \Rightarrow b : a$ 。

當連比時， $a:b:c$ 之反比不是  $c:b:a$ ，而是  $\frac{1}{a}:\frac{1}{b}:\frac{1}{c} = bc:ca:ab$ 。

## 二、比的其他重要性質

若  $a:b=c:d$  則：

(一) 更比性質

$$a:c=b:d \text{ 或 } d:b=c:a$$

(二) 合比性質

$$(a+b):b=(c+d):d$$

(三) 分比性質

$$(a-b):b=(c-d):d$$

(四) 合分比性質

$$(a+b):(a-b)=(c+d):(c-d)$$

$$\text{若 } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = L \Rightarrow \frac{a+c+e+L}{b+d+f+L}$$


## 三、比例尺的換算

(一) 比例尺通常用於地圖或者工程圖上，用以表示縮圖『長度』與實際『長度』的比或比值。

(二) 比例尺的表示法

1. 比值表示法： $\frac{1}{10000} \Rightarrow \frac{\text{縮圖}}{\text{實際}}$

2. 比的表示法： $1:1000 \Rightarrow \text{縮圖}:\text{實際}$

3. 圖示法：

(三) 比例尺的換算

1. 比例尺的實際『長度』：當比例尺為  $\frac{1}{100}$  代表實際『長度』是縮圖上的 100 倍。

2. 比例尺的實際『面積』：當比例尺為  $\frac{1}{100}$  代表實際『面積』是縮圖上的  $(100)^2$  倍。

## 四、面積與體積的比例換算

(一) 面積的比例

$$\text{面積比為長度的平方比： } A_1:A_2=1_1^2:1_2^2$$

(二) 體積的比例



體積比為長度的立方比： $V_1:V_2 = l_1^3:l_2^3$

(三) 面積比與體積比的換算

$$A_1:A_2 = (\sqrt[3]{V_1})^2 : (\sqrt[3]{V_2})^2$$

$$V_1:V_2 = (\sqrt{A_1})^3 : (\sqrt{A_2})^3$$

### 【反比】

講解一：

(1) 時鐘的時針與分針各旋轉一圈，所需時間的比值為何？

(2) 從 A 鎮到 B 鎮，甲  $3\frac{1}{3}$  小時可到，乙  $5\frac{1}{5}$  小時可到，則甲、乙兩人速率的比為何？

Sol)

(1) 時針繞一圈需 12 小時，分針繞一圈需 1 小時，則所需時間的比值為  $\frac{12}{1} = 12$

(2) 距離相同，則速率與時間成反比，時間比 =  $3\frac{1}{3} : 5\frac{1}{5} = 25 : 39$ ，  
則速率比 = 39 : 25

練習一：

嘉愷騎車經過一山坡，上坡時每分鐘 30 公尺，下坡每分鐘 45 公尺，上下坡共花費了 60 分鐘，請問此上坡的路長為何呢？

Sol)

上、下坡所費的時間與速率成反比

$$\Rightarrow \frac{1}{30} : \frac{1}{45} = 3:2, \text{ 上坡長} = 30 \times \left(60 \times \frac{3}{5}\right) = 1296 \text{ (公尺)}$$

### 【比例尺】

講解二：

高速鐵路一根鐵軌的長是 8 公尺，在工程圖上表示為 4 毫米 (mm)，請問比例尺為何呢？

Sol)

$$\text{比例尺} = \frac{4\text{mm}}{8\text{m}} = \frac{4\text{mm}}{8 \times 10^3 \text{mm}} = \frac{1}{2000}$$

練習二：

面積為  $3600 \text{ km}^2$  的正方形土地，需要用多大的長度比例尺才能縮成面積為  $1.44 \text{ m}^2$  的地圖呢？

Sol)

$$\text{比例尺} = \frac{\sqrt{1.44 \text{ m}^2}}{\sqrt{3600 \text{ km}^2}} = \frac{1.2 \text{ m}}{60 \text{ km}} = \frac{1.2}{60 \times 10^3} = \frac{1}{5 \times 10^4}$$

### 【面積比與體積比】

講解三：

有一正  $n$  邊形的邊長增加 30% 時，請問其面積增加多少呢？

Sol)

$$\text{面積增加} = (1+30\%)^2 - 1 = 1.3^2 - 1 = 0.69 \Rightarrow 69\%$$

練習三：

設有 A、B 兩正方體體積和為  $280 \text{ cm}^3$ ，若兩正方體之表面積比為 4:9，請問此兩正方體的表面積和為多少呢？

Sol)

$$\text{A,B 之表面積比為 } 4:9 \Rightarrow \text{體積比} = V_A:V_B = (\sqrt{4})^3 : (\sqrt{9})^3 = 8:27$$

$$V_A = 280 \times \frac{8}{8+27} = 64 (\text{cm}^3), \text{ A 的表面積} = 6 \times (\sqrt[3]{64})^2 = 96 (\text{cm}^2),$$

$$\text{兩者的表面積和} = 96 \times \left( \frac{4+9}{4} \right) = 312 (\text{cm}^2)$$

### 【十分鐘即時練習】

(A) 1. 在彈性限度內，每一公克砝碼使彈簧伸長的量都一樣。子睿放了 7 公克砝碼，彈簧伸長 12 公分，如果他改放一塊金屬，結果彈簧伸長了 6 公分，則此塊金屬應該有多少公克？ (A)  $\frac{28}{3}$  公克 (B)  $\frac{28}{2}$  公克 (C)  $\frac{48}{7}$  公克 (D)  $\frac{48}{9}$  公克。

$$\text{Sol) } y = kx, 12 = 7k, k = \frac{12}{7}, \therefore y = \frac{12}{7}x, 16 = \frac{12}{7}x, x = \frac{28}{3}$$

(C) 2.  $x$  與  $y$  成正比且當  $x=2$  時， $y=\frac{1}{2}$ ；又  $z$  與  $y$  成反比且當  $z=5$  時， $y=\frac{1}{2}$ ，

則  $x$ 、 $z$  的關係式為 (A)  $x=10z$  (B)  $z=10x$  (C)  $xz=10$  (D)  $xz=\frac{1}{10}$ 。

Sol)  $y=kx \quad \therefore \frac{1}{2}=k \times 2 \quad \therefore k=\frac{1}{4}$  即  $y=\frac{1}{4}x$ .....①,  $yz=k'$ ,  $\frac{1}{2} \times 3=k'$ ,  $k'=\frac{5}{2}$  即

$$yz=\frac{5}{2}$$
.....②, ①代入②:  $\frac{1}{4}xz=\frac{5}{2} \therefore xz=10$

(A) 3. 已知兩個正方形，其邊長的比為 3:4，則其面積的比為何呢？(A) 9:16 (B) 3:4 (C) 13:14 (D) 19:26。

Sol) 面積比=邊長的平方比  $\Rightarrow 3:4=3^2:4^2=9:16$

(B) 4. 設  $y$  與  $x$  成反比，當  $x$  值減少 25% 時，即  $y$  變為原來的多少倍呢？(A)  $\frac{3}{4}$  (B)  $\frac{4}{3}$  (C)  $\frac{7}{8}$  (D)  $\frac{8}{7}$ 。

Sol)  $xy=k$ ,  $x$  減少 25% 即  $x$  變為原來  $\frac{3}{4}$ ,  $\therefore y$  變為原來的  $\frac{4}{3}$

(B) 5. 自由落體落下的距離  $y$  公尺，隨著時間  $x$  秒的平方成正比，今一小石頭自 156.8 公尺高的大樓落下費時 4 秒，請問在第 4 秒內落下的距離為多少公尺呢？(A) 34.2 (B) 68.4 (C) 66.8 (D) 86.4 公尺。

Sol) 設  $y=kx^2$ ,  $x=4$ ,  $y=156.8$  代入,  $\Rightarrow 156.8=k \times 4^2$ ,  $k=9.8 \quad \therefore y=9.8x^2$ ;  $x=3$  代入:  $y=9.8 \times 3^2=88.2$ ,  $\therefore 156.8-88.2=68.6$  公尺

### 【基本觀念題】

(D) 1. 星巴克水果店準備一些裝有 5 個蘋果與 7 個水梨的水果禮盒，已知總共用了水梨 126 個，問蘋果用了多少個？(A) 176 (B) 167 (C) 160 (D) 90 (顆)。

Sol)  $5:7=\text{蘋果顆數}:126 \Rightarrow \text{蘋果顆數}=\frac{126 \times 5}{7}=90$ (顆)

(C) 2. 已知在地圖上，甲、乙兩地的距離為 1.7 公分，甲、丙兩地的距離為 2 公分。如果甲地與乙地的實際距離為 51 公里，那麼甲地與丙地的實際距離為多少公里？(A) 40 (B) 50 (B) 60 (D) 70 公里。

Sol) 設甲,丙兩地實際距離為  $x$ , 則  $\frac{1.7}{2}=\frac{51}{x} \Rightarrow x=\frac{51 \times 2}{1.7}=60$ (公里)

(A) 3. 天天甜水果行的奇異果每公斤賣 95 元，時時甜水果行的奇異果每台斤賣 60 元，請問哪一家水果行賣的奇異果較便宜？(1 台斤=0.6 公斤)(A) 天天甜 (B) 時時甜 (C) 一樣便宜 (D) 不能比較。

Sol)

時時甜水果行每台斤賣 60 元=每 0.6 公斤賣 60 元  $\Rightarrow$  換算後每公斤賣  $60 \div 0.6=100$  元  
所以, 天天甜水果行賣的比較便宜

(C) 4. 在 900 公克的水中，加入食鹽 100 公克，溶解成食鹽水溶液，請問在食

鹽水溶液中再加入食鹽 200 公克，那麼此食鹽水溶液中『水』的重量所占的比率為多少%？(A) 20% (B) 25% (C) 75% (D) 80%。

$$\text{重量百分濃度} = \frac{100+200}{900+(100+200)} \times 100\% = 0.25 \times 100\% = 25\%, \quad 100\% - 25\% = 75\%$$

(A) 5. 已知  $a : b : c = 2 : 5 : 7$ ，求  $(a + 3b - c) : (3a - b + c)$  的比值為何呢？

(A)  $\frac{5}{4}$  (B)  $\frac{4}{5}$  (C)  $\frac{3}{10}$  (D)  $\frac{10}{3}$ 。

$$a:b:c=2:5:7, \text{ 令 } a=2r, b=5r, c=7r$$

$$\text{Sol)} [2r+3(5r)-7r] : [3(2r)-5r+7r] = 10r : 8r = \frac{5}{4}$$

(D) 6. 若  $a$ 、 $b$ 、 $c$  均不為 0。已知  $\frac{5}{a} = \frac{4}{b} = \frac{9}{c}$ ，求連比  $a : b : c$  為何呢？(A) 2 :

5 : 9 (B) 4 : 5 : 9 (C) 9 : 4 : 5 (D) 5 : 4 : 9。

$$\text{Sol)} \text{ 因為 } \frac{5}{a} = \frac{4}{b} = \frac{9}{c} \text{ 得到 } 5 : 4 : 9 = a : b : c, \text{ 所以 } a : b : c = 5 : 4 : 9$$

(C) 7. 將 3600c.c. 的奇異果汁依照 3 : 4 : 5 的比例分成三杯，則最大杯的奇異果汁有多少 c.c 呢？(A) 900c.c (B) 1200c.c. (C) 1500c.c. (D) 1700c.c.。

$$\text{Sol)} 3600 \times \frac{5}{3+4+5} = 1500\text{c.c.}$$

(B) 8. 黑螞蟻 4 隻的力量等於紅螞蟻 5 隻的力量，有一塊起司蛋糕紅螞蟻 30 隻搬運 60 日可搬完，今欲將一塊起司蛋糕於 20 日搬完，問除紅螞蟻女工 30 隻之外應添加黑螞蟻多少隻呢？(A) 36 (B) 48 (C) 50 (D) 62。

$$\text{Sol)} \text{ 設紅螞蟻 } x \text{ 隻，} y \text{ 天搬完，則 } xy = k, 30 \times 60 = k, k = 1800 \text{ 即 } xy = 1800, x \times 20 = 1800, x = 90, 90 - 30 = 60, 60 \div \frac{5}{4} = 60 \times \frac{4}{5} = 48 \text{ (隻)。$$

(A) 9. 設  $x$  與  $y$  成反比， $y$  與  $z$  成反比，當  $x=4$  時， $y=2$ ， $z=6$ ，則當  $x=2$  時， $z=?$  (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6。

$$\text{Sol)} \because xy = k_1, yz = k_2 \therefore y = \frac{k_1}{x} \text{ 代入 } \therefore \frac{k_1}{x} \times z = k_2 \Rightarrow \frac{z}{x} = k \text{ 即 } \frac{6}{4} = k, k = \frac{3}{2} \quad z =$$

$$\frac{3}{2}x \quad \therefore x=2 \text{ 代入 } : z = \frac{3}{2} \times 2 = 3$$

(C) 10. 一列等速度行駛的台鐵東幹線太魯格列車，若將速度提高 25%，則相同距離的行程時間可節省百分之多少呢？(A) 10% (B) 15% (C) 20% (D) 25%。

Sol)  $\because$  距離固定  $\therefore$  速度與時間成反比，設原先速度  $x$ ，時間  $y$ ， $\therefore$  後來速度  $x \times$

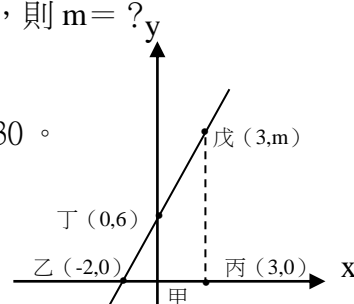
$$(1 + 25\%) = 1.25x, \text{ 後來時間 } a \Rightarrow xy = 1.25x \times a \quad \therefore a = \frac{xy}{1.25x} = \frac{y}{1.25} =$$

$$0.8y, \therefore \text{行車時間節省 } \frac{y-0.8y}{y} = 0.2 = 20\%$$

**【溫故歷屆基測試題】**

- (C) 1. 甲、乙、丙、丁、戊五人各站在不同的位置。已知乙在甲的正西方 2 公尺處，丙在甲的正東方 3 公尺處，丁在甲的正北方 6 公尺處。若戊在丙的正北方  $m$  公尺處，使得乙、丁、戊的位置恰在一直線上，則  $m = ?$   
 (A) 9 (B) 12 (C) 15 (D) 18。【95.基測一】

Sol) 設甲位於直角座標原點處，如圖所示： $2:(2+3) = 6:m \Rightarrow 2m = 30$ 。



- (C) 2. 已知甲、乙、丙三人的錢數比為 3 : 5 : 6。若丙分別給甲、乙兩人各 30 元後，甲、乙、丙的錢數比變為 7 : 11 : 10，則此三人共有多少元？ (A) 420 (B) 630 (C) 840 (D) 1260。【95.基測二】

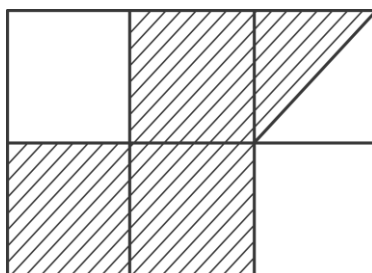
Sol) 設甲原有  $3r$  元，乙原有  $5r$  元，丙原有  $6r$  元。

$$(3r+30):(5r+30):(6r-60) = 7:11:10,$$

$$\text{由 } (3r+30):(5r+30) = 7:11 \text{ 得 } r = 6,$$

$$\text{三人共有 } 3r + 5r + 6r = 14r = 14 \times 60 = 840$$

- (D) 3. 如圖，將長方形分成六塊大小相同的正方形，則斜線區域面積與原長方形面積的比值為何？ (A)  $\frac{4}{6}$  (B)  $\frac{4}{7}$  (C)  $\frac{5}{12}$  (D)  $\frac{7}{12}$ 。【93.基測一】



Sol) 設原長方形面積為 6 平方單位，則斜線區域面積為  $3\frac{1}{2}$  平方單位。

$$\Rightarrow 3\frac{1}{2}:6 = \frac{7}{2}:6 = 7:12 \Rightarrow \frac{7}{12}$$

- (D) 4. 兩個罐子裝有相同重量的酒精溶液，其中水與酒精的重量比分別為 3 : 1 和 1 : 1，若將這兩罐溶液全倒入一個較大的容器中且沒有溢出，則後來所得的混合液中，水與酒精的重量比為何？ (A) 2:1 (B) 3:2 (C)

4 : 1 (D) 5 : 3。【92.基測二】

Sol) 設第一罐的水為  $3r$ 、酒  $r$ ，第二罐的水  $s$ 、酒  $s$ 。

$$\text{混合後} \Rightarrow \text{水} : \text{酒} = (3r + s) : (r + s) \text{L (1)}$$

Q 兩罐重量相同,  $\therefore 3r + r = s + s$ ,  $s = 2r$  代入(1),

$$\text{水} : \text{酒} = (3r + 2r) : (r + 2r) = 5 : 3$$

(C) 5. 若  $a : b = 2 : 3$ ，則下列哪一個式子是錯誤的？(A)  $\frac{a}{5} : \frac{b}{5} = 2 : 3$  (B)  $\frac{a}{2}$

$$= \frac{b}{3} \text{ (C) } 2a = 3b \text{ (D) } a : 2 = b : 3 \text{。【92.基測一】}$$

Sol) (A)  $a : b = 10 : 15 = 2 : 3$

$$(B) 3a = 2b$$

$$(C) 2a = 3b$$

$$(D) \frac{a}{2} = \frac{b}{3}$$

(B) 6. 某校一年級與二年級的學生人數比為  $3 : 2$ ，已知一年級的學生中，有  $40\%$  視力良好，二年級的學生中，有  $30\%$  視力良好。請問一、二年級所有學生中有多少比例的學生視力良好？(A)  $18\%$  (B)  $36\%$  (C)  $57\%$  (D)  $70\%$ 。【92.基測一】

Sol) 設一年級有  $3x$  人，二年級有  $2x$  人，

$$\text{一年級視力良好的有 } 3x \times 0.4 = 1.2x,$$

$$\text{二年級視力良好的有 } 2x \times 0.3 = 0.6x,$$

$$\therefore \text{視力良好的有 } \frac{1.2x + 0.6x}{5x} = \frac{1.8x}{5x} = 0.36 \Rightarrow 36\%$$

(D) 7. 小宏家中有一老舊長方體水塔，其長為  $3$  公尺，寬為  $2.5$  公尺、高為  $1.5$  公尺，現在想依照原有長寬高的比例擴建一新水塔，若新水塔的長比原來的多了  $0.6$  公尺，則下列關於新水塔的敘述哪一個是正確的？(A) 高為  $2.4$  公尺 (B) 高為  $2$  公尺 (C) 寬為  $3.1$  公尺 (D) 寬為  $3$  公尺。【91.基測二】

Sol) 設新水塔寬  $x$  公尺，高  $y$  公尺，

$$\Rightarrow 3 : 2.5 : 1.5 = 3.6 : x : y$$

$$\Rightarrow x = 2.5 \times 1.2 = 3 \text{ 公尺}, y = 1.5 \times 1.2 = 1.8 \text{ 公尺}$$

(B) 8. 下列四個敘述甲與乙關係的選項中，哪一個與其他三個不同？(A) 甲是乙的  $\frac{b}{a}$  倍 (B) 甲 : 乙 =  $a : b$  (C) 甲的  $a$  倍等於乙的  $b$  倍 (D) 甲 : 乙

$$\text{的比值為 } \frac{b}{a} \text{。【91.基測一】}$$

Sol) (A)  $\text{甲} = \text{乙} \times \frac{b}{a} \Rightarrow \frac{\text{甲}}{\text{乙}} = \frac{b}{a}$   
 (B)  $\text{甲} : \text{乙} = a : b \Rightarrow \frac{\text{甲}}{\text{乙}} = \frac{a}{b}$   
 (C)  $\text{甲} \times a = \text{乙} \times b \Rightarrow \frac{\text{甲}}{\text{乙}} = \frac{b}{a}$   
 (D)  $\text{甲} : \text{乙} = \frac{b}{a} \Rightarrow \frac{\text{甲}}{\text{乙}} = \frac{b}{a}$

**【模擬學力基測試題】**

(D) 1. 若  $xyz \neq 0$ ，且  $2x = 3y = 5z$ ，則  $x : y : z = ?$  (A) 3:5:2 (B) 5:3:2 (C) 5:6:10 (D) 15:10:6。

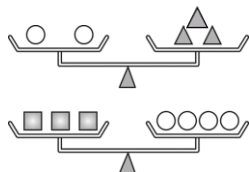
Sol)  $x : y : z = \frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{5} = 15 : 10 : 6$

(A) 2. 設  $a$ 、 $b$ 、 $c$  為整數，且  $a : b = b : c$ ，若  $a : (a + b) : c = 9 : x : 4$ ，請問  $x = ?$

(A) 15 (B) 14 (C) 13 (D) 12。

Sol) 設  $a = 9k, c = 4k \Rightarrow b^2 = ac \Rightarrow b = \sqrt{9k \times 4k} = 6k$   
 $a + b = 9k + 6k = 15k, x = 15$

(C) 3. 今有同規格但形狀有方形、圓形、三角形三種積木，置於等臂天秤兩側，呈平衡狀態，如圖，請問三種積木的重量比  $\square : \circ : \triangle = ?$  (A) 8 : 6 : 9 (B) 3 : 2 : 4 (C) 4 : 3 : 2 (D) 9 : 12 : 8。

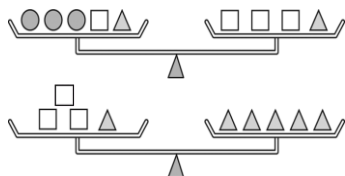


Sol) 設  $\square = x, \circ = y, \triangle = z; 2y = 3z \Rightarrow y : z = 3 : 2, 3x = 4y \Rightarrow x : y = 4 : 3, \therefore x : y : z = 4 : 3 : 2$

(B) 4.  $\triangle ABC$  中， $\overline{AB} = 12, \overline{BC} = 18, \overline{AC} = 36$ ，設  $\overline{AB}$  上的高為  $p, \overline{BC}$  上的高為  $q, \overline{CA}$  上的高為  $r$ ，則  $p : q : r = ?$  (A) 3 : 4 : 5 (B) 9 : 6 : 3 (C) 6 : 3 : 4 (D) 7 : 8 : 9。

Sol)  $p : q : r = \frac{1}{12} : \frac{1}{18} : \frac{1}{36} = 9 : 6 : 3$

(D) 5. 有三種積木，同形狀的每一種重量相等，今將此三種積木以不同的數量放在等臂天平兩邊的秤盤上，使天平皆保平衡，如圖所示。則  $\circ$ 、 $\square$ 、 $\triangle$  每一個的重量比為何？ (A) 2 : 1 : 3 (B) 3 : 6 : 4 (C) 4 : 6 : 3 (D) 8 : 12 : 9。



Sol) 設  $\circ = x$ ,  $\square = y$ ,  $\triangle = z$  則  $\begin{cases} 3x + y + z = 3y + z \\ 3y + z = 5z \end{cases}$ ,  $\therefore 3x = 2y \Rightarrow x : y = 2 : 3$   $3y = 4z$ ,  $\Rightarrow y : z = 4 : 3$   $\therefore x : y : z = 8 : 12 : 9$

(A) 6. 若  $a : b : c = 3 : 4 : 7$  且  $xyz \neq 0$ ,  $ax = by = cz$ , 則  $x : y : z$  與下列何者相同? (A)  $28 : 21 : 12$  (B)  $12 : 15 : 20$  (C)  $20 : 12 : 15$  (D)  $15 : 12 : 20$ 。

Sol)  $x : y : z = \frac{1}{a} : \frac{1}{b} : \frac{1}{c} = \frac{1}{3} : \frac{1}{4} : \frac{1}{7} = 28 : 21 : 12$

(B) 7. 若  $x : y : z = 4 : 3 : 5$ , 且  $2x + y + 3z = 312$ , 則下列敘述何者正確? (A)  $x = 40$  (B)  $y = 20$  (C)  $z = 50$  (D)  $x + y + z = 192$ 。

Sol) 設  $x = 4r$ ,  $y = 3r$ ,  $z = 5r$ ,  $\therefore 8r + 3r + 15r = 312$ ,  $r = 12$ ,  $\therefore x = 96$ ,  $y = 36$ ,  $z = 60$

(C) 8. 便利商店御飯糰有 20 元, 25 元, 30 元等三種價格, 老師買了 60 個請兩班同學, 則下列何者可為這三種御飯糰個數的連比? (A)  $2 : 3 : 4$  (B)  $1 : 2 : 10$  (C)  $2 : 5 : 3$  (D)  $1 : 3 : 5$ 。

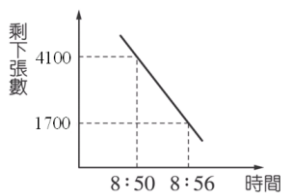
Sol) (A)  $60 \div (2+3+4) = \frac{20}{3}$  (不合); (B)  $60 \div (1+2+10) = \frac{60}{13}$  (不合); (C)  $60 \div (2+5+3) = 6$  (整除, 符合)

(C) 9. 若  $xyz \neq 0$ , 且  $3xy = 5yz = 11xz$ , 則  $(x + y + z) : z$  的比值為何?

(A)  $\frac{15}{2}$  (B)  $\frac{2}{15}$  (C)  $\frac{19}{3}$  (D)  $\frac{3}{19}$ 。

Sol)  $3xy = 5yz = 11xz$  同除以  $xyz \Rightarrow \frac{3}{z} = \frac{5}{x} = \frac{11}{y}$ ,  $\therefore (x + y + z) : z = (5 + 11 + 3) : 3 = 19 : 3 = \frac{19}{3}$

(A) 10. 如圖為宇倫影印資料剩下張數和時間的關係圖。利用圖中所提供的數據, 推估宇倫在 9:00 時影印的情形是下列哪一種? (A) 來不及印完 (B) 剛好印完 (C) 提前 1 分鐘印完 (D) 提前半分鐘印完。

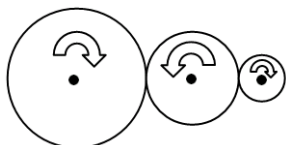




Sol) 印的張數與時間成正比， $\therefore 8:50 \sim 8:56$  為 6 分鐘， $8:56 \sim 9:00$  為 4 分鐘， $4100 - 1700 = 2400$ ，設  $8:56 \sim 9:00$  可印  $x$  張， $\therefore 2400:6 = x:4 \Rightarrow x = 1600$ ，故來不及印完。

**【進階練習題】**

(D) 1. 如圖，有三種齒輪，齒數分別為 186、78、24 齒，大齒輪順時針旋轉 16 圈，請問小齒輪旋轉幾圈呢？（註：旋轉方向相同時，齒數與旋轉圈數成反比）(A) 118 (B) 120 (C) 122 (D) 124 圈。



Sol) 旋轉方向相同，齒數與圈數成反比。設小齒輪旋轉圈數為  $x$ ，

$$\frac{16}{x} = \frac{24}{186} \Rightarrow x = 124。$$

(D) 2. 假設  $3a = 2b$ ， $4b = 5c$ ，則  $a:b:c = ?$  (A) 6:4:5 (B) 8:12:15 (C) 10:12:18 (D) 10:15:12。

Sol)  $a:b = \frac{1}{3} : \frac{1}{2} = 2:3$ ， $b:c = \frac{1}{4} : \frac{1}{5} = 5:4 \Rightarrow a:b:c = 10:15:12$

(A) 3. 若三個整數  $a$ 、 $b$ 、 $c$  最小公倍數 720，且  $\begin{cases} 20a - 7b - 6c = 0 \\ 8a + 6b - 9c = 0 \end{cases}$ ，求  $a - 2b + 3c = ?$  (A) -75 (B) 75 (C) -165 (D) 165。

Sol)  $\begin{cases} 20a - 7b - 6c = 0 \dots\dots ① \\ 8a + 6b - 9c = 0 \dots\dots ② \end{cases}$ ， $① \times 3 - ② \times 2 : 44a = 33b$ ， $\therefore a = \frac{3}{4}b$  代入  $② : 8 \times \frac{3}{4}b + 6b - 9c = 0$ ， $c = \frac{4}{3}b$ ， $\therefore a:b:c = \frac{3}{4}b : b : \frac{4}{3}b = 9b : 12b : 16b = 9 : 12 :$

$16$ ；設  $a = 9r$ ， $b = 12r$ ， $c = 16r$  ( $r \neq 0$ )， $[9r, 12r, 16r] = 720$ ， $144r = 720$ ， $r = 5$ ， $\therefore a = 45$ ， $b = 60$ ， $c = 80$ ， $\therefore a - 2b + 3c = 45 - 120 + 240 = 165$

(A) 4. 若  $x = 1$ ， $y = -2$  與  $x = -1$ ， $y = 6$  都是方程式  $ax + by + c = 0$  的解，若  $3b - c = 15$ ，試求  $a - 3b$  的值為何？(A) 3 (B) 6 (C) 9 (D) 18。

Sol)  $x = 1$ ， $y = -2$  與  $x = -1$ ， $y = 6$  代入： $\begin{cases} a - 2b + c = 0 \\ -a + 6b + c = 0 \end{cases}$ ，相加  $\Rightarrow 4b + 2c = 0$ ， $c = -2b$  代入： $a - 2b - 2b = 0$ ， $a = 4b$ ， $\therefore a:b:c = 4b:b:(-2b) = 4:1:(-2)$ ；設  $a = 4r$ ， $b = r$ ， $c = -2r$ ，又  $3b - c = 15 \quad \therefore 3r - (-2r) = 15$ ， $r = 3$ ， $\therefore a - 3b = 4 \times 3 - 3 \times 3 = 12 - 9 = 3$

(D) 5. 高鐵 700T 列車、台鐵自強號、國光號客運同時出發跑 150 公里，在全程

中三種車型均以固定速率來跑，當高鐵 700 列車跑到終點時，台鐵自強號離終點還有 30 公里，國光號客運離終點還有 60 公里，試求高鐵 700T 列車、台鐵自強號、國光號客運三種車型的速率比為何呢？(A) 7 : 5 : 3 (B) 5 : 3 : 1 (C) 5 : 2 : 1 (D) 5 : 4 : 3。

Sol) 高鐵 700T 列車、台鐵自強號、國光號客運三種車型速率比為  $\rightarrow 150 : (150 - 30) : (150 - 60) = 150 : 120 : 90 = 5 : 4 : 3$

(C) 6. 在坐標平面上，若直線  $ax + by + c = 0$  通過  $(-2, 1)$ 、 $(3, -2)$  兩點若  $a + 2b - 3c = 120$ ，求  $\sqrt{a} + \sqrt{100b} - 3c = ?$  (A) 20 (B) 26 (C) 30 (D) 36。

Sol) 分別以  $(-2, 1)$   $(3, -2)$  代入：
$$\begin{cases} -2a + b + c = 0 \dots\dots ① \\ 3a - 2b + c = 0 \dots\dots ② \end{cases}$$
， $② - ① : 5a - 3b = 0 \Rightarrow 5a = 3b \quad \therefore a : b = 3 : 5$ ，設  $a = 3k$ ， $b = 5k$  ( $k \neq 0$ ) 代入  $① : -6k + 5k + c = 0$ ， $c = k$ ， $\therefore a : b : c = 3k : 5k : k = 3 : 5 : 1$ ；設  $a = 3r$ ， $b = 5r$ ， $c = r$  ( $r \neq 0$ )， $\therefore 3r + 10r - 3r = 120$ ， $r = 12$ ， $\therefore a = 36$ ， $b = 60$ ， $c = 12$ ， $\sqrt{36} + \sqrt{100 \times 60} - 3 \times 12 = 6 + 60 - 36 = 30$

(B) 7. 設  $x$ 、 $y$ 、 $z$  為正數，且  $4(y + z) = 3(x + z) = 6(x + y)$ ，試求  $x : y : z = ?$  (A) 2 : 3 : 4 (B) 3 : 1 : 5 (C) 1 : 3 : 5 (D) 3 : 4 : 5。

Sol) 令  $4(y + z) = 3(x + z) = 6(x + y) = 12r$ ，則  $y + z = 3r$ ， $x + z = 4r$ ， $x + y = 2r$ ， $\therefore (x + y) : (y + z) : (x + z) = 2r : 3r : 4r = 2 : 3 : 4$ ，

$$\begin{cases} y + z = 3r \\ x + z = 4r \\ x + y = 2r \end{cases} \Rightarrow \text{相加} : 2(x + y + z) = 9r \quad \therefore x + y + z = \frac{9}{2}r, \Rightarrow x = \frac{9}{2}r - 3r = \frac{3}{2}r,$$

$$y = \frac{9}{2}r - 4r = \frac{1}{2}r, z = \frac{9}{2}r - 2r = \frac{5}{2}r, \therefore x : y : z = \frac{3}{2}r : \frac{1}{2}r : \frac{5}{2}r = 3 : 1 : 5$$

(A) 8. 設  $2(b + c) = 3(c + a) = 5(a + b)$  且  $abc \neq 0$ ，則  $a : b : c = ?$  (A) 1 : 11 : 19 (B) 2 : 21 : 29 (C) 3 : 31 : 49 (D) 5 : 21 : 39。

$$\text{sol) 設 } 2(b + c) = 3(c + a) = 5(a + b) = 30r \Rightarrow \begin{cases} b + c = 15r \\ c + a = 10r \\ a + b = 6r \end{cases} \text{ 相加} : 2(a + b + c) = 31r$$

$$c) = 31r. \therefore a + b + c = \frac{31}{2}r, \therefore a = \frac{31}{2}r - 15r = \frac{1}{2}r, b = \frac{31}{2}r - 10r = \frac{11}{2}r,$$

$$c = \frac{31}{2}r - 6r = \frac{19}{2}r, \therefore a : b : c = \frac{1}{2}r : \frac{11}{2}r : \frac{19}{2}r = 1 : 11 : 19$$

(A) 9. 設  $abc \neq 0$ ， $\frac{a}{b+c} = \frac{b}{c+a} = \frac{c}{a+b} = k$ ，若  $a + b + c \neq 0$ ，求  $k$  的值為何呢？

$$(A) \frac{1}{2} \quad (B) \frac{1}{3} \quad (C) \frac{1}{4} \quad (D) \frac{1}{5}。$$

$$\text{Sol) 由 } \frac{a}{b+c} = \frac{b}{c+a} = \frac{c}{a+b} = k, \Rightarrow \begin{cases} a = (b+c)k \\ b = (c+a)k \\ c = (a+b)k \end{cases}$$

$$\text{相加：}(a+b+c) = 2(a+b+c) \times k, \because a+b+c \neq 0 \quad \therefore 1 = 2k \quad \text{故 } k = \frac{1}{2}$$

(B) 10. 吉米想要買一臺 2250 元的 CD 隨身聽，取出存錢筒的錢後發現仍不夠，於是他便計畫每天存 a 元，若存了 20 天後，仍不夠 450 元，存了 30 天後還差 300 元，請問 a = ? (A) 10 (B) 15 (C) 20 (D) 25 (元)。

$$\text{Sol) 設存錢筒內原有 } x \text{ 元，}\because \text{天數與存錢數成正比，}\therefore 20 : (2250 - 450 - x) \\ = 30 : (2250 - 300 - x) \Rightarrow 30(1800 - x) = 20(1950 - x), 5400 - 3x = 3900 \\ - 2x \quad \therefore x = 1500; 20a = 2250 - 450 - 1500 \quad \therefore 20a = 300, a = 15。$$