

Unit 6 二元一次聯立方程式

能力指標：◎ (A-4-2) 能解決從生活情境問題中列出的二元一次聯立方程式。

◎ (A-4-4) 能利用一次式解決生活情境中的問題。

◎ (A-4-10) 能認識、欣賞生活中或其他學科領域常用的公式。

◎ (A-4-12) 觀察生活週遭或其他學科領域中的數學，認識數學的用途，與數學思維的特性。

能力一：二元一次方程式的列式

一、二元一次方程式

當 a 、 b 、 c 為已知數，且 $ab \neq 0$ ，則 $ax + by + c = 0$ ，亦即當一個等式含有兩個未知數（變數），而且他們的次數皆為一次，稱為二元一次方程式。

二、二元一次方程式的解

(一) 一個二元一次方程式 $ax + by + c = 0$ 有無限多組解。

(二) 若限制 x 、 y 的範圍，則有三種解的可能性：

1. 無限多組解；

2. 有限多組解；

3. 無解。

eg：若有一個二元一次方程式 $x + 2y = 8$ ，當 x 、 y 有下列情形時，其解的情況：

(1) 若 $y > 3$ ，則為無限多組解。

(2) 若 x 、 y 皆為正整數，則僅有三組解： $(6, 1)$ 、 $(2, 3)$ 、 $(4, 2)$ 。

(3) 若 x 、 y 皆為正整數，且 $y > 3$ ，則為無解。

三、二元一次方程式的圖形

(一) 二元一次方程式又名為線性方程式，亦即其圖形在平面座標上為一直線。

(二) 二元一次方程式的每一組解，即為直線上的一個點。

【列式與化簡】

講解一：

① 1年28班共有29人，其中男生有 x 人，女生有 y 人；某次月考的數學成績，男生平均70分，女生平均65分，請列出全班的平均分數的二元一次式。

② 已知華氏度數 $= \frac{9}{5} \times$ 攝氏度數 $+ 32$ ，且華氏度數比攝氏度數多28度，則當攝氏 x 度時，華氏是 y 度，請可列出二元一次聯立方程式。

③ 請化簡下列各式：

(1) $4(-x + y) - 2(2x - y) = ?$

(2) $7(3x + 2y) - 3(7x + y) = ?$

$$(3) 5(x-2y+3) - 3(x-3y) = ?$$

Sol)

$$\textcircled{1} \text{ 平均分數} = \frac{\text{總分}}{\text{總人數}} = \frac{70x+65y}{29}$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} y = \frac{9}{5}x + 32 \\ y = x + 28 \end{cases}$$

$$\textcircled{3} (1) \text{ 原式} = -4x + 4y - 4x + 2y = -8x + 6y$$

$$(2) \text{ 原式} = 21x + 14y - 21x - 3y = 11y$$

$$(3) \text{ 原式} = 5x - 10y + 15 - 3x + 6y = 2x - y + 15$$

練習一：

① 嘉昌和幼軍到合作社購買同樣的優酪乳和麵包，嘉昌各買 3 罐優酪乳及 3 個麵包，付款 27 元，幼軍買 5 罐優酪乳和 2 個麵包，付款 30 元。若優酪乳每罐 x 元，麵包每個 y 元，請列出二元一次聯立方程式。

② 容韓有錢若干元，先用去一部分，剩餘的錢為用去的 3 倍，後來又用去 20 元，所餘的錢為原有的 $\frac{1}{2}$ 倍。假設容韓原有 x 元，先用去 y 元，請列出二元一次聯立方程式。

③ 請化簡下列各式：

$$(1) \frac{3}{12}(2x-3y-4) - \frac{2}{45}(5x-y-18) = ?$$

$$(2) 3\left(\frac{4}{9}x - \frac{5}{18}y - 4\right) - 0.4(x-3y+1) = ?$$

$$(3) 0.2(3x+2y-14) - 0.6(x-2y+8) = ?$$

Sol)

$$\textcircled{1} \begin{cases} 3x + 3y = 27 \\ 5x + 2y = 30 \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} x - y = 3y \\ x - y - 20 = \frac{1}{2}x \end{cases}$$

$$\textcircled{3} (1) \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}y - 1 - \frac{2}{9}x + \frac{2}{45}y - \frac{4}{5} = \frac{5}{18}x + \frac{127}{180}y - \frac{9}{5}$$

$$(2) \frac{4}{3}x - \frac{5}{6}y - 12 - \frac{2}{5}x + \frac{6}{5}y - \frac{2}{5} = \frac{14}{15}x + \frac{11}{30}y - \frac{62}{5}$$

$$(3) 0.6x + 0.4y - 2.8 - 0.6x + 1.2y - 4.8 = 1.6y - 7.6$$

【十分鐘即時練習】

(D) 1. 甲原有 x 元，乙原有 y 元，若甲、乙兩人各自將原有錢數的 $\frac{1}{4}$ 交換，則

甲的錢數就為乙錢數的 2 倍。依題意可列出二元一次方程式為何呢？

(A) $\frac{3}{2}x - \frac{1}{2}y = 2(\frac{1}{2}x - \frac{3}{2}y)$ (B) $\frac{3}{2}x + \frac{1}{2}y = 2(\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}y)$

(C) $\frac{3}{4}x - \frac{1}{4}y = 2(\frac{1}{4}x - \frac{3}{4}y)$ (D) $\frac{3}{4}x + \frac{1}{4}y = 2(\frac{1}{4}x + \frac{3}{4}y)$ 。

(A) 2. 成凱和他的父母、一個弟弟、一個妹妹到「你家牛排餐廳」吃牛排；大人每人 x 元，小孩每人 y 元，除了父母外，其他都是小孩，另外餐廳又加收 10% 的服務費；則這一餐成凱全家共花了多少錢呢？(A) $(2x + 3y) \times 1.1$ (B) $(3x + 2y) \times 1.1$ (C) $(2x + 3y) \times 0.1$ (D) $(3x + 2y) \times 0.1$ 。

(B) 3. 已知 256MB 與 128MB 的隨身碟每個的價格比為 4 : 3，今花了 1200 元買回四卷 256MB 及 128MB 的錄音帶，若 256MB 每個 x 元，而 128MB 每卷 y 元，則下列哪一組聯立方程式符合題意？

(A) $\begin{cases} 4x = 3y \\ 4x + 3y = 1200 \end{cases}$ (B) $\begin{cases} 3x = 4y \\ 4x + 3y = 1200 \end{cases}$ (C) $\begin{cases} y = \frac{4}{3}x \\ x + y = 1200 \end{cases}$ (D) $\begin{cases} y = \frac{3}{4}x \\ 3x + 4y = 1200 \end{cases}$ 。

(C) 4. 黃大先老師命題某次學業競試的數學試題，他打算出選擇題與填充題共 27 題，滿分為 100 分；請問黃大先老師應採取下列哪一種配分才是正確？(A) 選擇題每題 3 分，填充題每題 5 分 (B) 選擇題每題 2 分，填充題每題 3 分 (C) 選擇題每題 3 分，填充題每題 4 分 (D) 選擇題每題 4 分，填充題每題 5 分。

(A) 5. 法國薄酒萊一瓶，喝掉 $\frac{5}{7}$ 的酒後，連瓶共重 350 公克，設酒原有 x 公克，

瓶重 y 公克，則下列選項何者正確？(A) $\frac{2}{7}x + y = 350$ (B) $\frac{2}{7}(x + y) = 350$

(C) $\frac{5}{7}x + y = 350$ (D) $\frac{5}{7}(x + y) = 350$ 。

能力二：代入消去法與加減消去法

一、二元一次聯立方程式

若有兩個並列在一起的二元一次方程式，稱為二元一次聯立方程式或二元一次聯立方程組。其標準式如下所示：

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 & (a_1^2 + b_1^2 \neq 0) \\ a_2x + b_2y = c_2 & (a_2^2 + b_2^2 \neq 0) \end{cases}$$

二、帶入消去法求解

由任一方程式中簡化出 $y=ax+b$ 或 $x=ay+b$ 的形式，再代入另一式消去 y 或 x ，即可解出 x 或 y 。

三、加減消去法求解

將兩個方程式乘以適當的倍數之後，再相加或相減，消去某一未知數，即可解出另一未知數。

四、二元一次聯立方程式解的判別法

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 & (a_1^2 + b_1^2 \neq 0) \\ a_2x + b_2y = c_2 & (a_2^2 + b_2^2 \neq 0) \end{cases}$$

(1) 若 $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ ，則有唯一解 \Rightarrow 兩相異直線交於一點

(2) 若 $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ ，則有無限多組解 \Rightarrow 兩相異直線重合

(3) 若 $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ ，則無解 \Rightarrow 兩相異直線平行

五、特殊型的聯立方程式求解方法

若方程式以 A 、 B 、 C 表示，則有下列情形時之處理方式：

(一) $A=B=C$ 型：
$$\begin{cases} A = B \\ B = C \end{cases}$$

(二) $|A| + |B| = 0$ 或 $A^2 + B^2 = 0$ 型：
$$\begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \end{cases}$$

(三) 係數較大型：

$$\begin{cases} 63x + 37y = 263L & (1) \\ 37x + 63y = 237L & (2) \end{cases} \Rightarrow \text{可先將}(1)+(2) \Rightarrow 100x + 100y = 500$$

$$\Rightarrow x + y = 5, x = 5 - y \Rightarrow \text{再代入}(1)\text{或}(2) \Rightarrow \text{求解}$$

【代入消去法】

講解一：

解下列二元一次聯立方程式：

$$(1) \begin{cases} 3x - y = 6 \\ y = -2x + 4 \end{cases} \quad (2) \begin{cases} x = 5y + 2 \\ 3x - 2y = 32 \end{cases}$$

Sol)

$$\textcircled{1} \begin{cases} 3x - y = 6 & L(1) \\ y = -2x + 4 & L(2) \end{cases} \Rightarrow \text{將第}(2)\text{代入}(1) \Rightarrow 3x - (-2x + 4) = 6$$

$$3x + 2x - 4 = 6, 5x = 10, x = 2 \text{ 代入}(1), 3(2) - y = 6, y = 0$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} x = 5y + 2L & (1) \\ 3x - 2y = 32L & (2) \end{cases} \Rightarrow \text{將第(1)代入(2)} \Rightarrow 3(5y + 2) - 2y = 32,$$

$$15y + 6 - 2y = 32, 13y = 26, y = 2 \text{ 代入第(1), } x = 5(2) + 2 = 12$$

答：(1) $x=2, y=0$ ；(2) $x=12, y=2$ 。

練習一：

$$(1) \begin{cases} 0.3x - y = 0.6 \\ y = -0.2x + 0.4 \end{cases} \quad (2) \begin{cases} \frac{1}{2}x + 7y = 1 \\ 2x - y + \frac{1}{7} = 0 \end{cases}$$

sol)

$$\textcircled{1} \begin{cases} 0.3x - y = 0.6 & L (1) \\ y = -0.2x + 0.4 & L (2) \end{cases} \Rightarrow \text{將第(2)代入(1)} \Rightarrow 0.3x - (-0.2x + 0.4) = 0.6,$$

$$0.5x = 0.2, x = 0.4 \text{ 代入(2)} \Rightarrow y = -0.2 \times 0.4 + 0.4 = 0.32$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} \frac{1}{2}x + 7y = 1 & L (1) \\ 2x - y + \frac{1}{7} = 0 & L (2) \end{cases} \Rightarrow \text{將(2)代入(1)} \Rightarrow \frac{1}{2}x + 7\left(2x + \frac{1}{7}\right) = 1$$

$$\Rightarrow \frac{x}{2} + 14x = 0, x = 0, \text{ 代入(1)} \Rightarrow y = \frac{1}{7}$$

答：(1) $x=0.4, y=0.32$ ；(2) $x=0, y=\frac{1}{7}$ 。

【加減消去法】

講解二：

$$(1) \begin{cases} 5x + 7y = 29 \\ 8x - 7y = 10 \end{cases} \quad (2) \begin{cases} 4x + 3y = 1 \\ -4x + 5y = 7 \end{cases}$$

Sol)

$$\textcircled{1} \begin{cases} 5x + 7y = 29L & (1) \\ 8x - 7y = 10L & (2) \end{cases} \Rightarrow (1) + (2) \Rightarrow 13x = 39,$$

$$x = 3, \text{ 代入(2), } 8 \times 3 - 7y = 10, y = 2$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} 4x + 3y = 1 & L (1) \\ -4x + 5y = 7 & L (2) \end{cases} \Rightarrow \text{第(1)+(2)} \Rightarrow 8y = 8, y = 1$$

代入第(1)得 $4x + 3 = 1, x = \frac{-1}{2}$

答：(1) $x=3, y=2$ 。(2) $x=-\frac{1}{2}, y=1$ 。

練習二：

(1) 若 $\begin{cases} x-2y=-5 \\ 2x-y=-1 \end{cases}$ 與 $\begin{cases} ax+by=9 \\ 2ax-by=0 \end{cases}$ 有相同的解，則 $a+b=?$

(2) 若 $(2x-5y+2)^2 + |6x+3y-3|=0$ ，則 $4x+2y=?$

Sol)

$$\textcircled{1} \begin{cases} x-2y=-5L (1) \\ 2x-y=-3L (2) \end{cases} \Rightarrow (2) \text{ 代入 } (1) \Rightarrow x-2(2x+3)=-5, -3x=1, x=-\frac{1}{3},$$

代入(2) $-\frac{2}{3}-y=-1, y=\frac{1}{3}$ ，將 $x=-\frac{1}{3}$ 與 $y=\frac{1}{3}$ 代入下式，

$$\begin{cases} ax+by=9 \\ 2ax-by=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -\frac{1}{3}a+\frac{1}{3}b=9L (3) \\ -\frac{2}{3}a-\frac{1}{3}b=0L (4) \end{cases} \Rightarrow (3)+(4) \Rightarrow -a=9, a=-9,$$

代入(3)得 $3+\frac{1}{3}b=9, b=18, \Rightarrow a+b=-9+18=9$

$$\textcircled{2} (2x-5y+2)^2 + |6x+3y-3|=0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x-5y+2=0 \\ 6x+3y-3=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x-5y=-2L (1) \\ 6x+3y=3L (2) \end{cases} \Rightarrow \text{第(1)} \times 3 \Rightarrow \begin{cases} 6x-15y=-6L (3) \\ 6x+3y=3L (2) \end{cases}$$

$$(2)-(3) \Rightarrow 18y=9, y=\frac{1}{2} \text{ 代入(1) 得 } x=\frac{1}{4}, 4x+2y=4\left(\frac{1}{4}\right)+2\left(\frac{1}{2}\right)=2$$

答：① $a+b=9$ ，② $4x+2y=2$ 。

【十分鐘即時練習】

(B) 1. 解聯立方程式 $\begin{cases} 3x-4y-1=3(2x-y+2) \\ 2(4x+2y+3)=7x+y+9 \end{cases}$ ，則 $3x-2y$ 之值為何？(A)-21

(B)-13 (C)0 (D)13。

Sol) $\begin{cases} 3x-4y-1=3(2x-y+2) \\ 2(4x+2y+3)=7x+y+9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3x-y=7L (1) \\ x+3y=3L (2) \end{cases} \Rightarrow (2) \times 3 \Rightarrow \begin{cases} -3x-y=7L (1) \\ 3x+9y=9L (3) \end{cases} \Rightarrow (1)+(3)$
 $\Rightarrow 8y=16, y=2, \text{ 代入(2)} \Rightarrow x+6=3, x=-3 \Rightarrow 3x-2y=3(-3)-2 \times 2=-13$

(C) 2. 聯立方程式 $\begin{cases} 0.3x=0.2y \\ \frac{1}{3}x+\frac{1}{2}y=\frac{13}{3} \end{cases}$ 的解以數對表示為何？(A)(2,3) (B)(-2,-3)

(C)(4,6) (D)(8,12)。

Sol)
$$\begin{cases} 0.3x = 0.2y \\ \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y = \frac{13}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{3}{10}x - \frac{1}{5}y = 0L (1) \\ \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y = \frac{13}{3}L (2) \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} (1) \times 10 \\ (2) \times 4 \end{matrix} \Rightarrow \begin{cases} 3x - 2y = 0L (3) \\ \frac{4}{3}x + 2y = \frac{52}{3}L (4) \end{cases} \Rightarrow (3) + (4)$$

$\Rightarrow \frac{13}{3}x = \frac{52}{3}, x = \frac{52}{13} = 4$, 代入L (1), 得 $y = 6$

(D) 3. 設 x, y 的聯立方程式 $\begin{cases} ax + by = 5 \\ bx - ay = 5 \end{cases}$ 的解為 $x = 4, y = 1$, 則 $|a - b|$ 為何?

(A) $-\frac{3}{5}$ (B) $\frac{3}{5}$ (C) $-\frac{5}{3}$ (D) $\frac{5}{3}$ 。

Sol)
$$\begin{cases} ax + by = 5 \\ bx - ay = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4a + b = 5L (1) \\ a + 4b = 5L (2) \end{cases} \Rightarrow (1) + (2) \Rightarrow 5a + 5b = 5 \Rightarrow a + b = 1, \text{同乘以} 4$$

$\Rightarrow 4a + 4b = 4L (3), (3) - (1) \quad 3b = -1, b = -\frac{1}{3}$ 代入(1)得 $4a - \frac{1}{3} = 5, a = \frac{4}{3}$,

$|a - b| = \left| \frac{4}{3} - \left(-\frac{1}{3}\right) \right| = \frac{5}{3}$

(B) 4. 若 $(x + 3y + 3)^2 + (x + 7y + 11)^2 = 0$, 得下列哪一個選項? (A) $x = -3, y = 2$
(B) $x = 3, y = -2$ (C) $x = 2, y = -3$ (D) $x = -2, y = -3$ 。

Sol)
$$(x + 3y + 3)^2 + (x + 7y + 11)^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x + 3y + 3 = 0 \\ x + 7y + 11 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + 3y = -3L (1) \\ x + 7y = -11L (2) \end{cases}$$

$\Rightarrow (2) - (1) \Rightarrow 4y = -8, y = -2$, 代入(1), 得 $x = 3$

(B) 5. 何者為二元一次聯立方程式 $\begin{cases} 5x - 4y = 9 \\ 3x + 2y = 1 \end{cases}$ 的解? (A) $x = 1, y = 1$ (B) $x = 1$

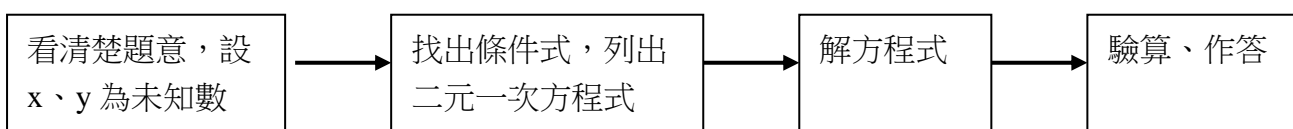
, $y = -1$ (C) $x = -1, y = 1$ (D) $x = -1, y = -1$ 。

Sol)
$$\begin{cases} 5x - 4y = 9L (1) \\ 3x + 2y = 1L (2) \end{cases} \Rightarrow (2) \times 2 \Rightarrow \begin{cases} 5x - 4y = 9L (1) \\ 6x + 4y = 2L (3) \end{cases}$$

$(1) + (3) \Rightarrow 11x = 11, x = 1$, 代入(2)得 $y = -1$

能力三：二元一次聯立方程式的應用

一、解應用問題的流程



二、各種應用問題的型態

(一) 賺賠問題：

售價=成本×折扣

賺(賠)=售價-成本=利潤

賺率=(利潤÷成本)×100%

(二) 速度問題：

$s = vt$ (距離=速度×時間)

單位：	距離 (s)	速度 (v)	時間 (t)
	公里 (km)	公里/小時 (km/hr)	小時 (hr)
	公尺 (m)	公尺/分 (m/min)	分鐘 (min)
	公尺 (m)	公尺/秒 (m/s)	秒 (s)

平均速度=總路程÷總時間 ($\Delta v = \frac{s_T}{t_T}$)

(三) 水流問題

順流速度=船速+水速

逆流速度=船速-水速

(四) 工作問題

假設一工程甲獨做需 x 天完工，乙獨做需 y 天完工。

⇒ 甲一天做 $\frac{1}{x}$ ，乙一天做 $\frac{1}{y}$ ；

⇒ 甲乙合作一天完成總工程的 $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)$ ；

⇒ 一工程甲乙合作需要 $\frac{1}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}$ 天才能完工。

(五) 濃度問題

濃度 = $\frac{\text{溶質}}{\text{溶液}} \times 100\%$ ps.(溶液 = 溶質 + 溶劑)

(六) 利率問題

單利 ⇒ 本利和 = 本金 × (1 + 利率 × 期數) ps.本利和 = (本金 + 利息)

複利 ⇒ 本利和 = 本金 × (1 + 利率)^{期數}

【算人數的應用問題】

講解一：

奇鼎國中 3 年 5 班男女學生共有 50 人，在上次段考中，全班的平均分數是 80 分；男生的平均分數是 75 分，女生的平均分數是 85 分，求男生有多少人？女生有多少人？

Sol)

設男生有 x 人，女生有 y 人，

$$\begin{cases} x + y = 50 \\ 75x + 80y = 4000 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 50 \\ 15x + 17y = 800 \end{cases} \Rightarrow x = 25(\text{人}), y = 25(\text{人})$$

答：男生 25 人；女生 25 人。

練習一：

鼎奇國中 2 年 18 班有男女生各若干人，從其中一個男生眼中所見，男生人數比女生人數的 2 倍多 6 人；從其中一個女生眼中所見，男生人數是女生人數的 3 倍；則 2 年 18 班全班共有多少人？

設男生 x 人，女生 y 人，由題意可設聯立方程組為

$$\begin{cases} x - 1 = 2y + 6 \\ x = 3(y - 1) \end{cases} \Rightarrow x = 27, y = 10$$

答：男生 27 人，女生 10 人。

【速度的應用問題】

講解二：

小鼎和小奇一起參加路跑，若總路程 10 公里，小奇的速度是小鼎的 2 倍，且小奇比小鼎早 30 分鐘回到終點，問小奇和小鼎的時速各為幾公里？

sol)

設小奇時速 x (km/hr)，小鼎時速 y (km/hr)，根據速度公式 $t = \frac{s}{v}$ ，

$$\begin{cases} x = 2y \\ \frac{10}{y} - \frac{10}{x} = 0.5 \end{cases} \Rightarrow x = 20(\text{km/hr}), y = 10(\text{km/hr})$$

答：小奇時速 20 公里；小鼎時速 10 公里。

練習二：

已知基隆河長度 20 公里，救生艇順流而下需 2 小時，逆流而上需 5 小時，問水速和船速為幾公里？

Sol)

設船速為 x (km/hr)，水速為 y (km/hr)，根據速度公式 $S = V \times T$ ，

$$\Rightarrow \begin{cases} (x+y) \cdot 2 = 20 \\ (y-x) \cdot 5 = 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x+2y=20 \\ -5x+5y=20 \end{cases} \Rightarrow x=7 \left(\frac{\text{km}}{\text{hr}}\right), y=3 \left(\frac{\text{km}}{\text{hr}}\right)$$

答：船速每小時 7 公里；水速每小時 3 公里。

【分配的應用問題】

講解三：

小奇班上有 40 位同學，他想在生日時請客，因此到「你家便利商店」花了 175 元買果凍和巧克力共 40 個。若果凍每 2 個 15 元，巧克力每 3 個 10 元，則他共買了多少個果凍。

Sol) 設他買 x 個果凍、 y 個巧克力，則
$$\begin{cases} x+y=40 \\ \frac{15}{2}x+\frac{10}{3}y=175 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=40 \cdots\cdots\textcircled{1} \\ 9x+4y=210 \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \times 4 : 4x+4y=160 \cdots\cdots\textcircled{3}, \textcircled{2} - \textcircled{3} : 5x=50 \quad \therefore x=10$$

答：買了 10 個果凍。

練習三：

史努比買了一大瓶保特瓶裝的渴口可樂請查理布朗喝，已知未開前的重量為 1850 公克，打開之後喝掉 $\frac{1}{3}$ 時，再測量只剩 1250 公克，請問渴口可樂不含瓶子共多少公克呢？

Sol) 設保特瓶重 x 公克，可樂重 y 公克，則依題意列聯立方程式
$$\begin{cases} x+y=1850 \\ x+\frac{2}{3}y=1250 \end{cases}$$

利用加減消去法解得 $x=50, y=1800$

答：可樂重 1800 公克

【十分鐘即時練習】

(C) 1. 解聯立方程式
$$\begin{cases} 101x+23y=78 \\ 23x+101y=-78 \end{cases}$$
 後，求 $2x-3y=?$ (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6。

Sol) 兩式相加得 $124x+124y=0$ ，兩式相減得 $78x-78y=156$ ， $\Rightarrow \begin{cases} x+y=0 \\ x-y=2 \end{cases}$ 解得 x

$=1, y=-1$ ，則 $3x-2y=3+2=5$ 。

(C) 2. $|3x+y-7| + |x-y-1| + |2x+2y+k| = 0$ ，則 $k=?$ (A) -2 (B) -4 (C) -6 (D) -8。

Sol)先解聯立方程式 $\begin{cases} 3x+y-7=0 \\ x-y-1=0 \end{cases}$ ，兩式相加得 $4x=8 \Rightarrow x=2$ ， $y=1$ ，將 $x=2$ ， y

$=1$ 代入 $2x+y+k=0$ ，則 $k=-6$

(D) 3.試解聯立方程式 $\begin{cases} 147x+64y=358 \\ 64x+147y=275 \end{cases}$ ，則 $x+y=?$ (A)0 (B)1 (C)2

(D)3。

Sol) $\begin{cases} 147x+64y=358 \cdots \cdots \textcircled{1} \\ 64x+147y=275 \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \textcircled{1}+\textcircled{2} \Rightarrow 211x+211y=633 \\ \textcircled{1}-\textcircled{2} \Rightarrow 83x-83y=83 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=3 \cdots \cdots \textcircled{3} \\ x-y=1 \cdots \cdots \textcircled{4} \end{cases}$

$\textcircled{3}+\textcircled{4}$ 解得 $x=2$ ， $y=1$ ，則 $x+y=2+1=3$

(A) 4.有一個二位數，十位數字的 2 倍與個位數字的和是 15，它的個位數字與十位數字對調後所得的新數比原數大 27，則原二位數為多少？ (A) 47 (B) 57 (C) 67 (D) 77。

Sol) 設十位數字是 x ，個位數字是 y ，則 $\begin{cases} 2x+y=15 \\ 10y+x=(10x+y)+27 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x+y=15 \\ x-y=-3 \end{cases}$

解得 $x=4$ ， $y=7$ 。

(C) 5.設 A、B、C、D 是數線上由左而右相異四點，它們的坐標依次為 x 、 -3 、 y 、 5 ，如果 \overline{AB} 比 \overline{CD} 的 2 倍少 1， \overline{AC} 比 \overline{BD} 多 2，則下列何者正確？ (A) $\overline{AB}=11$ (B) $x+y=6$ (C) $\overline{CD}=3$ (D) $\overline{AC}=6$ 。

Sol) $\overline{AB}=-3-x$ ， $\overline{CD}=5-y$ ， $\overline{AC}=y-x$ ， $\overline{BD}=8 \Rightarrow \begin{cases} -3-x=2(5-y)-1 \\ y-x=8+2 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} x-2y=-12 \\ x-y=-10 \end{cases}$ ，解得 $x=-8$ ， $y=2 \Rightarrow \overline{AB}=5$ ， $x+y=-6$ ， $\overline{CD}=3$ ， $\overline{AC}=10$

【基本觀念題】

(D) 1.奇鼎國中實施紙類資源回收。去年 12 月份一、二年級共回收 38 公斤，今年元月份二年級比一年級多回收 6 公斤，只知與 12 月份比較，一年級增加 50%，二年級減少 25%，請問下列何者正確？(A)12 月份二年級比一年級多回收 6 公斤(B)元月份二年級回收 28 公斤(C)元月份一年級回收 18 公斤(D)12 月份一年級回收 10 公斤。

Sol)設 12 月分一年級回收 x 公斤，二年級回收 y 公斤，則 $\begin{cases} x+y=38 \\ 1.5x-0.75y=-6 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} x+y=38 \\ 2x-y=-8 \end{cases}$ ，解得 $x=10$ ， $y=28$ ，元月份： $1.5x=15$ (公斤)， $0.75y=21$ (公斤)

(A) 2.請解下列二元一次聯立方程式 $\begin{cases} \frac{1}{7}x-7y=-46L \quad (1) \\ 7x-\frac{1}{7}y=146L \quad (2) \end{cases}$ ， $x=?$ $y=?$ (A) $x=21$ 、

$$y=7 \text{ (B) } x=7, y=21 \text{ (C) } x=-21, y=7 \text{ (D) } x=21, y=-7。$$

$$\text{sol) } \begin{cases} \frac{1}{7}x - 7y = -46L \text{ (1)} \\ 7x - \frac{1}{7}y = 146L \text{ (2)} \end{cases} \Rightarrow (1)+(2) \Rightarrow \frac{50}{7}x - \frac{50}{7}y = 100, x - y = 14L \text{ (3)}$$

$$(2)-(1) \Rightarrow \frac{48}{7}x + \frac{48}{7}y = 192, x + y = 28L \text{ (4)}, (3)+(4) \Rightarrow 2x = 42, x = 21, y = 7$$

$$\text{(B) 3. 解聯立方程式 } \begin{cases} 3x - 4y - 1 = 3(2x - y + 2) \\ 2(4x + 2y + 3) = 7x + y + 9 \end{cases}, \text{ 則 } 3x - 2y \text{ 之值為何? (A) } -21$$

$$\text{(B) } -13 \text{ (C) } 0 \text{ (D) } 13。$$

$$\text{Sol) } \begin{cases} 3x - 4y - 1 = 3(2x - y + 2) \\ 2(4x + 2y + 3) = 7x + y + 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x - 4y - 1 - 6x + 3y - 6 = 0 \\ 8x + 4y + 6 - 7x - y - 9 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3x - y = 7L \text{ (1)} \\ x + 3y = 3L \text{ (2)} \end{cases}$$

$$\Rightarrow (2) \text{ 代入 } (1) \Rightarrow -3(3-3y) - y = 7, y = 2, x = -3 \Rightarrow 3x - 2y = 3(-3) - 2(2) = -13$$

$$\text{(B) 4. 若聯立方程 } \begin{cases} 3x + y = 5 \\ 4x - 3y = 11 \end{cases} \text{ 的解為 } x = a, y = b; \text{ 則 } a + 2b = ? \text{ (A) } -4 \text{ (B) } 4$$

$$\text{(C) } 3 \text{ (D) } 5。$$

$$\text{Sol) } \begin{cases} 3x + 6y = 11L \text{ (1)} \\ 4x - 3y = 11L \text{ (2)} \end{cases} \Rightarrow (2) \times 2 \Rightarrow \begin{cases} 3x + 6y = 11L \text{ (1)} \\ 8x - 6y = 22L \text{ (3)} \end{cases} \Rightarrow (1)+(3)$$

$$\Rightarrow 11x = 33, x = 3, y = \frac{1}{3} \Rightarrow a + 3b = 3 + 3\left(\frac{1}{3}\right) = 4$$

$$\text{(B) 5. 解聯立方程式 } \begin{cases} 3x - y = 1\Lambda \text{ (1)} \\ x + 2y = 4\Lambda \text{ (2)} \end{cases} \text{ 的解法中下列何者正確?}$$

$$\text{(A) 由(1)式得 } y = -3x + 1, \text{ 代入(2)式, 可得 } x = -\frac{2}{5}$$

$$\text{(B) 由(1)式} \times 2 + \text{(2)式, 可得 } x = \frac{6}{7}$$

$$\text{(C) 由(1)式} - \text{(2)式} \times 3, \text{ 可得 } y = \frac{11}{5}$$

$$\text{(D) 由(2)式得 } x = 4 - 2y, \text{ 代入(1)式, 可得 } y = \frac{11}{5}。$$

$$\text{Sol) } \begin{cases} 3x - y = 1L \text{ (1)} \\ x + 2y = 4L \text{ (2)} \end{cases} \Rightarrow (1) \times 2 \Rightarrow \begin{cases} 6x - 2y = 2L \text{ (3)} \\ x + 2y = 4L \text{ (2)} \end{cases} \Rightarrow (3)+(2) \Rightarrow x = \frac{6}{7}$$

$$\text{(A) 6. 聯立方程式 } \begin{cases} 0.3x = 0.2y \\ \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y = \frac{13}{3} \end{cases} \text{ 的解以數對表示為何? (A) } (4, 3) \text{ (B) } (-2, -3)$$

$$\text{(C) } (4, 6) \text{ (D) } (8, 12)。$$

$$\text{Sol)} \begin{cases} 0.3x = 0.2yL & (1) \\ \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y = \frac{13}{6}L & (2) \end{cases} \Rightarrow (1) \times \frac{10}{9} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{3}x - \frac{2}{9}y = 0L & (3) \\ \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y = \frac{13}{6}L & (2) \end{cases} \Rightarrow (2) - (3)$$

$$\Rightarrow y = 3, x = 4$$

(B) 7.五十元、十元硬幣共44枚，恰好可換一張1000元紙鈔，則五十元硬幣共有幾枚？(A)8枚 (B)14枚 (C)16枚 (D)20枚。

Sol)設50元硬幣有 x 枚,10元硬幣有 y 枚,

$$\begin{cases} x + y = 44L & (1) \\ 50x + 10y = 1000L & (2) \end{cases} \Rightarrow (1) \times 10 \Rightarrow \begin{cases} 10x + 10y = 440L & (3) \\ 50x + 10y = 1000L & (2) \end{cases} \Rightarrow (2) - (3)$$

$$\Rightarrow 40x = 560, x = 14$$

(D) 8.學生分配宿舍，如果6人住一間，則有2人無宿舍可住；如果7人住一間，則剩餘宿舍2間，問學生共有幾個人？(A)38人 (B)58人 (C)78人 (D)98人。

Sol)設有宿舍 x 間,學生 x 人,

$$\begin{cases} 6y + 2 = x \\ 7(y - 2) = x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - 6y = 2L & (1) \\ x - 7y = -14L & (2) \end{cases} \Rightarrow y = 16, x = 98$$

(D) 9.九二一大地震時，救難隊搬了5箱泡麵，準備分給 y 位民眾，已知每箱泡麵有 x 個，第一次分發2箱，平均每人分得3個泡麵，最後剩6個，第二次再拿3箱來發，結果每人共分得8個泡麵，最後還是剩6個，則一箱泡麵有多少個？(A)20個 (B)28個 (C)46個 (D)30個。

$$\text{Sol)} \begin{cases} 2x = 3y + 6L & (1) \\ 5x = 8y + 6L & (2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (1) \times 5 \\ (2) \times 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 10x = 15y + 30L & (3) \\ 10x = 16y + 12L & (4) \end{cases}$$

$$\Rightarrow (4) - (3) \Rightarrow y = 18, x = 30$$

(C) 10.一中街夜市某攤位，賣一塊香雞排可賺15元，賣一份炸薯條可賺10元，已知賣出的炸薯條份數是香雞排塊數的兩倍，而且一個晚上共賺3750元，下列哪一個式子與題意不符合？

(A) 假設香雞排賣了 x 塊，則 $15x + 20x = 3750$

(B) 假設炸薯條賣了 x 份，則 $\frac{15}{2}x + 10x = 3750$

(C) 假設香雞排賣了 x 塊，炸薯條賣了 y 份，則 $\begin{cases} x = 2y \\ 15x + 10y = 3750 \end{cases}$

(D) 假設炸薯條賣了 x 份，香雞排賣了 y 塊，則 $\begin{cases} x = 2y \\ 15x + 10y = 3750 \end{cases}$

【溫故歷屆基測試題】

(B) 1.若二元一次聯立方程式 $\begin{cases} 3x-2y=9 \\ 4x+3y=29 \end{cases}$ 的解為 $x=a, y=b$ ，則 $a+b=?$

(A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10。【95.基測二】

Sol) $\begin{cases} 3x-2y=9 \\ 4x+3y=29 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 12x-8y=36L (1) \\ 12x+9y=87L (2) \end{cases} \Rightarrow (2)-(1) \text{ 得 } 17y=51, y=3,$

代入(1)得 $12x-24=36, 12x=60, x=5, \therefore a=x=5, b=y=3$

(D) 2.如表為小美採買火鍋料的收據，但因汗損導致幾個重要數據無法辨識。

根據如表判斷粉絲與茼蒿的數量差異為何？ (A) 粉絲比茼蒿多 2 包

(B) 茼蒿比粉絲多 2 包 (C) 粉絲比茼蒿多 4 包 (D) 茼蒿比粉絲多 4

包。【95.基測二】

品名	售價(元/包)	數量(包)	金額(元)
綜合火鍋料	89	2	178
粉絲	39		
火鍋肉片		3	264
金針菇	25	3	75
茼蒿	30		
雞蛋	17	2	
		購買包數：16	
		應付總額：740	

Sol) 設粉絲 x 包，茼蒿 y 包，

$$x+y=16-(2+3+3+2)=6L (1)$$

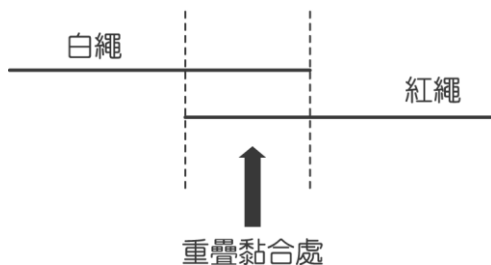
$$178+39x+264+75+30y+34=740, 39x+30y=189,$$

$$13x+10y=63L (2), (2)-(1) \times 10 \text{ 得 } 3x=x, x=1 \text{ 代入 } (1), \text{ 得 } y=6-1=5$$

(B) 3.如圖，將一白繩的 $\frac{3}{8}$ 與一紅繩的 $\frac{1}{3}$ 重疊並以膠帶黏合，形成一條長為

238 公分的繩子。求未黏合前，兩繩長度相差多少公分？ (A) 14 (B)

17 (C) 28 (D) 34。【94.基測一】



Sol) 設白繩、紅繩長依次為 x, y ，

$$\therefore \frac{3}{8}x = \frac{1}{3}y \Rightarrow y = \frac{9}{8}x, x + \frac{2}{3}y = 238, \therefore x + \frac{2}{3} \times \frac{9}{8}x = 238, \frac{7}{4}x = 238,$$

$$x = 136, y = \frac{9}{8} \times 136 = 153$$

(D) 4. 哥哥與弟弟各有數張紀念卡。已知弟弟給哥哥 10 張後，哥哥的張數就是弟弟的 2 倍；若哥哥給弟弟 10 張，兩人的張數就一樣多。設哥哥的張數為 x 張，弟弟的張數為 y 張，依題意下列列式何者正確？【94.基測二】

$$(A) \begin{cases} 2(y-10) = x \\ y = x - 10 \end{cases} \quad (B) \begin{cases} y - 10 = 2x \\ y = x - 10 \end{cases} \quad (C) \begin{cases} y - 10 = 2x \\ x - 10 = y + 10 \end{cases}$$

$$(D) \begin{cases} 2(y-10) = x + 10 \\ x - 10 = y + 10 \end{cases}。$$

Sol) 弟弟給哥哥 10 張後，哥哥有 $x+10$ 張，弟弟有 $y-10$ 張， $\Rightarrow (x+10)=2(y-10)$ ，

哥哥給弟弟 10 張後，哥哥有 $x-10$ 張，弟弟有 $y+10$ 張， $\Rightarrow x-10=y+10$

(D) 5. 若 $\frac{3x-2y}{6} + \frac{2x-4y}{3} - \frac{x-2y}{2} = 10^5$ ，則 $x-y = ?$ (A) 0 (B) 1 (C) 10^5

(D) 1.5×10^5 。【94.基測二】

Sol) 各項同乘以 6，得 $(3x-2y)+2(2x-4y)-3(x-2y)=6 \times 10^5$ ， $4x-4y=6 \times 10^5$

(C) 6. 若 $x:y=2:1$ ，且 $2x+y=20$ ，則 $(x-1):(y+1)$ 之比值為何？ (A) $\frac{1}{2}$ (B)

2 (C) $\frac{7}{5}$ (D) $\frac{5}{7}$ 。【93.基測一】

Sol) $x:y=2:1$ ， $\Rightarrow x=2y$ (1)，代入 $2x+y=20$ ，得 $4y+y=20$ ，

$y=4$ 代回(1)，得 $x=8$ ， $\therefore (x-1):(y+1)=(8-1):(4+1)$

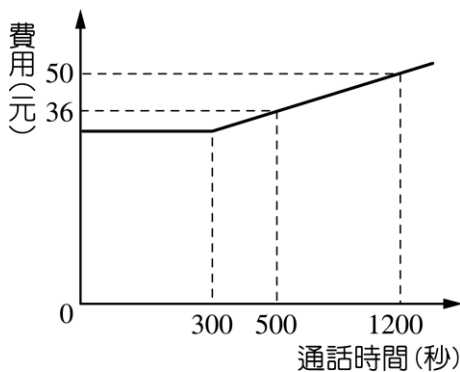
(C) 7. 已知花生糖 1 顆 2 元，梅子糖 2 顆 1 元。若小詩買花生糖及梅子糖共 60 顆，花了 60 元，則此兩種糖果的數量關係為何？ (A) 花生糖和梅子糖一樣多 (B) 花生糖比梅子糖多 30 顆 (C) 花生糖比梅子糖少 20 顆 (D) 花生糖比梅子糖少 30 顆。【93.基測二】

Sol) 設花生糖 x 顆，梅子糖 y 顆，則

$$\begin{cases} x+y=60L (1) \\ 2x+\frac{1}{2}y=60L (2) \end{cases}, \text{由(2)式得, } 4x+y=120L (3), \text{由(3)-(1), } x=20 \text{ 代入(1),}$$

$$20+y=60, y=40$$

(D) 8. 如圖是某電信公司的通話費計算方式：300 秒以內只繳基本費，超過 300 秒之後的費用，與通話時間成線型函數關係。則基本費是多少元？ (A) 26 (B) 28 (C) 30 (D) 32。【93.基測二】



Sol) 設函數關係式 $y=ax+b$, $\begin{cases} 36=a \times 500+b \\ 50=a \times 1200+b \end{cases} \Rightarrow a=\frac{14}{700}=\frac{1}{50}, b=26,$
 $\therefore y=\frac{1}{50} \times x+26$, 再以 $x=300$ 代入上式, $y=32$

(C) 9.如圖的方格中，填入適當的數字，使得每行、每列以及對角線上的數字和是相同的，則★的值為何？ (A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 13。【93.基測二】

16		14
★		15
12		

Sol)設★的值為 x ，★右邊空格的值為 y ， $14+y+12=x+y+15$ 。

(D) 10.求聯立方程式 $\begin{cases} x+2y=-1 \\ 3x+2y=5 \end{cases}$ 的解為何？ (A) $x=2, y=-\frac{3}{2}$ (B) $x=3, y=1$ (C) $x=1, y=-1$ (D) $x=3, y=-2$ 。【92.基測二】

Sol) $\begin{cases} x+2y=-1L(1) \\ 3x+2y=5L(2) \end{cases}$, (2)-(1)可求得 x ,再將 x 代入(1)或(2),得 $y=-2$

(D) 11.創創家有 10 人、守守家有 8 人，兩家人一同看表演，該場表演的票價如圖所示。若創創家的總票價比守守家少 60 元，則創創家的半票比守守家的半票多幾張？ (A) 0 (B) 2 (C) 4 (D) 6。【93.基測一】

票價	
全價	60元 / 張
半價	30元 / 張

Sol)設創創家半票 x 張，全票 $(10-x)$ 張，守守家半票 y 張，全票 $(8-y)$ 張，
 $30x+60(10-x)+60=30y+60(8-y),$
 $30x+600-60x+60=30y+480-60y,$
 $30x-30y=180, x-y=6$

【模擬學力基測試題】

- (A) 1. 奇鼎大學招收數學碩士班，錄取人數是到考人數的 $\frac{1}{3}$ ，而比缺考人數多 5 人，已知有 $\frac{1}{5}$ 人數缺考，請問報名的人數是多少人呢？(A) 71~80 (B) 61~70 (C) 51~60 (D) 41~50 (人)。

Sol) 設到考人數 x 人，缺考人數 y 人，報名人數 $x + y$ 人，

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{3}x - y = 5 \\ y = \frac{1}{5} \times (x + y) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 60 \\ y = 15 \end{cases} \Rightarrow x + y = 75(\text{人})$$

- (C) 2. 施老師交待一件打字工作，佩恩先做 6 小時，安均接著做 12 小時可以完成，佩恩先做 8 小時，安均接著做 6 小時可以完成。如果佩恩做 3 小時後由安均接著做，需要多少小時呢？(A) 19 (B) 20 (C) 21 (D) 22 (小時)。

Sol) 設佩恩與安均二人的工作效率為 V_1, V_2 ,

$$\Rightarrow \begin{cases} V_1 \times 6 + V_2 \times 12 = 1 \\ V_1 \times 8 + V_2 \times 6 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_1 = \frac{1}{10} \\ V_2 = \frac{1}{30} \end{cases} \Rightarrow \left(1 - \frac{1}{10} \times 3\right) \div \frac{1}{30} = 21(\text{小時})$$

- (D) 3. 有一條鮪魚，如果魚尾重 3 公斤，魚頭重量等於魚尾加上魚身一半的重量，魚身重量等於魚尾加上魚頭的重量，請問此條鮪魚有多少公斤呢？(A) 21 (B) 22 (C) 23 (D) 24 (公斤)。

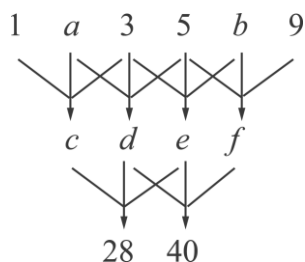
Sol) 設魚頭 x 公斤，魚身 y 公斤

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 3 + \frac{y}{2} \\ y = x + 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 9 \\ y = 12 \end{cases} \Rightarrow x + y + 3 = 9 + 12 + 3 = 24$$

- (C) 4. 阿如到麥當勞買餐點，她發現若點 4 杯可樂及 3 份薯條則不夠 27 元；若點 3 杯可樂及 2 份薯條，則剩下 16 元，已知一份薯條比一杯可樂多 7 元，則一杯可樂多少元。(A) 16 (B) 17 (C) 18 (D) 19 (元)。

Sol) 設一杯可樂 x 元，一份薯條 y 元，則 $\begin{cases} y = x + 7 \\ 4x + 3y - 27 = 3x + 2y + 16 \end{cases}$

- (B) 5. 如圖，相鄰三數的和等於箭頭下方所屬的數字，則 $a + b - c + d - e + f = ?$ (A) 8 (B) 16 (C) 32 (D) 52。



Sol)依題意知 $c = a + 4$, $d = a + 8$, $e = 8 + b$, $f = 14 + b$,

且 $c + d + e = 28 = a + 4 + a + 8 + 8 + b = 2a + b + 20 \Rightarrow 2a + b = 8 \dots\dots ①$

$d + e + f = 40 = a + 8 + 8 + b + 14 + b = a + 2b + 30 \Rightarrow a + 2b = 10 \dots\dots ②$

聯立①、②解得 $a = 2$, $b = 4$, 則 $c = 6$, $d = 10$, $e = 12$, $f = 18$,

故 $a + b - c + d - e + f = 16$

(B) 6. 解 $\begin{cases} \frac{2x-y}{3} - \frac{y-3x}{5} = 1 \\ \frac{7x+y}{5} - y = -1 \end{cases}$, 則 $x^2 + y = ?$ (A) 15 (B) 25 (C) 35 (D) 45。

Sol) 化簡得 $\begin{cases} 19x - 8y = 15 \dots\dots ① \\ 7x - 4y = -5 \dots\dots ② \end{cases}$, $② \times 2 : 14x - 8y = -10 \dots\dots ③$,

$① - ③ : 5x = 25 \quad \therefore x = 5$ 代入 $② : 35 - 4y = -5$, $4y = 40 \quad \therefore y = 10$

(D) 7. 小鼎欲解一聯立方程式 $\begin{cases} y - 2x = -7 \dots\dots ① \\ 2x - 3y = 13 \dots\dots ② \end{cases}$ 結果他看錯①式中的 -7 , 解得 $y = -10$, 請問小鼎是將 -7 誤看成多少呢? (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7。

sol) 將 $y = -10$ 代入 $②$ 式中得 $x = -\frac{17}{2}$, 將 $y = -10$, $x = -\frac{17}{2}$ 代入 $① -10 + 17 = 7$, 故誤看成 7

(D) 8. 台北世貿電腦展時, Show Gril 賣出兩組電腦, 每組皆賣 30,000 元, 以成本計算, 其中一組賺了 20%, 另一組虧了 20%, 則賣出這兩組電腦, 電腦公司賺或賠多少元? (A) 賺 2000 元 (B) 賠 2000 元 (C) 賺 2500 元 (D) 賠 2500 元。

Sol) 設賺 20% 的電腦成本為 x 元, 虧 20% 的電腦成本為 y 元,

$x \cdot (1 + 20\%) = 30,000 \Rightarrow x = 25000$

$y \cdot (1 - 20\%) = 30,000 \Rightarrow y = 37500$

$\Rightarrow (30,000 - 25,000) + (30,000 - 37,500) = -2500$

(A) 9. 飆速網咖的收費標準為: 基本費用每次 30 元 (可使用 x 分鐘), 超過 x 分鐘後, 超過的部分每分鐘收費 y 元, 小奇第一次到此店上網 40 分鐘花費 50 元, 第二次到同一家店上網 1 小時花費 70 元, 則 $x = ?$ (A) 20 (B) 40 (C) 30 (D) 50。

Sol) $\begin{cases} 30 + (40 - x)y = 50 \\ 30 + (60 - x)y = 70 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (40 - x)y = 20 \dots\dots ① \\ (60 - x)y = 40 \dots\dots ② \end{cases}$, $\frac{①}{②} : \frac{40 - x}{60 - x} = \frac{1}{2}$, $80 - 2x = 60 - x$, $x = 20$ 。

- (C) 10.基測數學考卷共出了 25 題選擇題，對 1 題得 4 分，錯 1 題倒扣 1 分，不作答則不予計分，已知小鼎共作答了 20 題，最後考了 60 分，則小鼎這張考卷共答對幾題？ (A) 12題 (B) 14題 (C) 16題 (D) 18題。

Sol) 設答對 x 題，答錯 y 題，則根據題意列式 $\begin{cases} x+y=20 \\ 4x-y=60 \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=16 \\ y=4 \end{cases}$ 。

【進階練習題】

- (B) 1.解下列二元一次聯立方程式 $\begin{cases} 2(x+2y)-3(x-y)=4 \\ 3(x+2y)+3(x-y)=1 \end{cases}$ ， $x=?$ $y=?$ (A)

$$x = \frac{1}{9}, y = \frac{5}{9} \quad (\text{B}) \quad x = \frac{-1}{9}, y = \frac{5}{9} \quad (\text{C}) \quad x = \frac{5}{9}, y = \frac{1}{9} \quad (\text{D}) \quad x = \frac{5}{9}, y = \frac{-1}{9}。$$

Sol) 令 $x+2y=A$, $x-y=B$,

$$\begin{cases} 2A-3B=4L \quad (1) \\ 3A+3B=1L \quad (2) \end{cases} \Rightarrow (1)+(2) \Rightarrow 5A=5, A=1 \text{ 代入 } (2) \text{ 得 } B=\frac{-2}{3},$$

$$\begin{cases} x+2y=1L \quad (3) \\ x-y=\frac{-2}{3}L \quad (4) \end{cases} \Rightarrow (3)-(4) \Rightarrow 3y=\frac{5}{3}, y=\frac{5}{9}, x=\frac{-1}{9}$$

- (C) 2.小奇的小豬撲滿中有 1 元及 5 元的硬幣若干個，今天他想買哆啦 A 夢的公仔需要 152 元，請問他有幾種湊法可湊成 152 元呢？ (A) 29 (B) 30 (C) 31 (D) 32 種。

Sol) 設 1 元硬幣有 x 個，5 元硬幣有 y 個，
 $\Rightarrow x+5y=152$, 求非負整數解(包括正整數及零)
 $152 \div 5 = 30L 2$, 可知 y 有 $30+1=31$ 種解

- (C) 3.二元一次方程式 $xy+3x-5y=20$ 共有幾個整數解呢？ (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5。

Sol) $xy+3x-5y=20 \Rightarrow x(y+3)=20+5y \Rightarrow x=\frac{5y+20}{y+3}$
 $\Rightarrow 5+\frac{5}{y+3} \Rightarrow$ 當 $y+3=1, 5, -1, -5$ 等 4 組時，具有整數解

- (B) 4.有一群大陸客到新竹科學園區參觀太陽能機車，今有太陽能機車若干台且試車場有 40 公尺長，但由於太陽能機車少於人數，所以採取交換騎乘，則每人可騎 30 公尺；若人數增加 4 名，則機車減少 3 輛，則每人可騎 20 公尺，請問原來有太陽能機車多少輛呢？ (A) 10 (B) 15 (C) 20 (D) 25 輛。

Sol) 設原有大陸客 x 人, 太陽能機車 y 輛

$$\Rightarrow \begin{cases} 30x = 40y \\ 20(x+4) = 40(y-3) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 30x = 40y \quad \text{L L L L} \quad (1) \\ 20x + 80 = 40y - 120 \quad (2) \end{cases}$$

$$\Rightarrow (1) \text{ 代入 } (2) \Rightarrow 20x + 80 = 30x - 120 \Rightarrow 10x = 200,$$

$$x = 20, y = \frac{30 \times 20}{40} = 15$$

(D) 5. 設一整數為兩位數, 並且此整數等於其數字和的 k 倍, 若將此整數的十位數字與個位數字交換產生一個新數, 則此新數為其數字和的幾倍呢?

(A) $k-1$ (B) $k+1$ (C) $10-k$ (D) $11-k$ 。

Sol) 設此整數之十位數字為 x , 個位數字為 y ,
設所求新數為其數字和的 r 倍

$$\Rightarrow \begin{cases} 10x + y = k(x+y) \quad \text{L} \quad (1) \\ 10y + x = r(x+y) \quad \text{L} \quad (2) \end{cases} \Rightarrow (1) + (2),$$

$$\Rightarrow 11 \times (x+y) = (k+r) \times (x+y) \Rightarrow k+r = 11, r = 11-k$$

(A) 6. 小鼎和媽媽到銀行去提領 3000 元的美金共有 45 張鈔票, 其中含有 50 元及 100 元面額的鈔票, 請問 50 元的鈔票有幾張呢? (A) 30 (B) 25 (C) 20 (D) 15 張。

Sol) 設 50 元有 x 張, 100 元有 y 張,

$$\begin{cases} x + y = 45 \quad \text{L L L L} \quad (1) \\ 50x + 100y = 3000 \quad \text{L} \quad (2) \end{cases} \Rightarrow (1) \times 100 - (2)$$

$$\Rightarrow 50x = 4500 - 3000 \Rightarrow x = 30$$

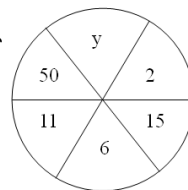
(D) 7. 有甲、乙兩數, 甲數除以乙數得商為 7, 餘數為 4, 甲數的 3 倍除以乙數的 2 倍得商為 11, 餘數為 4, 是求甲、乙兩數之和?

Sol) 設甲為 x , 乙為 y ,

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 7y + 4 \quad \text{L L} \quad (1) \\ 3x = 22y + 4 \quad \text{L} \quad (2) \end{cases} \Rightarrow (2) - (1) \times 3 \Rightarrow y - 8 = 0, y = 8,$$

$$x = 7 \times 8 + 4 = 60, x + y = 68$$

(B) 8. 如右圖, 一圓中有六片扇形皆各有一數字, 但其中有一數字不見了, 以之任意兩對頂扇形之數字間存在有一個二元一次式 (線性關係), 請問此一消失的數字為何呢? (A) 21 (B) 23 (C) 25 (D) 27。



Sol) 令此二元一次式為: $y = ax + b$

$$\Rightarrow \begin{cases} 50 = 15a + b \\ 11 = 2a + b \end{cases} \Rightarrow a = 3, b = 5, y = 3x + 5$$

$$x = 6 \Rightarrow y = 3 \times 6 + 5 = 23$$

- (C) 9. 奇鼎溫水游泳池有冷水管及熱水管，若同時打開 9 分鐘可注滿游泳池。
現在小奇先打開冷水管，10 分鐘後再打開熱水管，經過 3 分鐘後就注滿游泳池；已知冷水管比熱水管每分鐘多注入 0.6 立方公尺的水，請問此游泳池的容量為多少立方公尺呢？(A) 23 (B) 25 (C) 27 (D) 30 立方公尺。

Sol) 設冷水管與熱水管獨立進水，各需要 x, y 分鐘才能注滿游泳池

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{9} \\ \frac{1}{x} \times 10 + \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \times 3 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 15 \\ y = \frac{45}{2} \end{cases} \Rightarrow V_{\text{冷}} - V_{\text{熱}} = \frac{1}{15} - \frac{1}{\frac{45}{2}} = \frac{1}{45},$$

\Rightarrow 冷水管比熱水管每分鐘注水量佔游泳池的 $\frac{1}{45}$ ，相當 0.6 立方公尺，

$$\text{游泳池容量} = 0.6 \div \frac{1}{45} = 27 \text{ 立方公尺}$$

- (D) 10. 雪山隧道工程，中華工程公司與榮工工程公司合作比中華工程公司獨作可以提早 8 個月完工，比榮工工程公司獨作可以提早 18 個月完工，請問中華工程公司獨作需要幾個月方能完工呢？(A) 5 (B) 10 (C) 15 (D) 20 個月。

Sol) 設中華工程獨作需 x 月完工，榮工工程獨作 y 月完工，

二間公司合作 $\frac{xy}{x+y}$ 月完工，

$$\Rightarrow \begin{cases} x - \frac{xy}{x+y} = 8 \\ y - \frac{xy}{x+y} = 18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 20 \\ y = 30 \end{cases}$$