

## Unit 5 一元一次不等式

能力指標：◎ (A-4-3) 能檢驗、判斷不等式的解並描述其意義。

◎ (A-4-4) 能利用一次式解決生活情境中的問題。

### 能力一：不等式的列式

#### 一、不等式的符號介紹

凡在數學式中出现「 $>$ 、 $<$ 、 $\geq$ 、 $\leq$ 、 $\neq$ 」不等號的式子，即稱為不等式。

符號	$>$	$<$	$\geq$	$\leq$	$\neq$
語意	大於	小於	大於等於	小於等於	不等於
	超過	未滿	不小於	不大於	
	高於	低於	以上(含)	以下(含)	

◎題目的語意表達並非數學，因此，題目的語意表達需如數學符號般的準確，若不準確易造成爭議，因此，當題目的語意不明確時，可以放棄作答或提出疑問。

eg：(1) 姚明的身高在 210 公分 (含) 以上  $\Rightarrow$  姚明身高  $\geq 210$ 。

(2) 姚明的身高在 210 公分以上  $\Rightarrow$  姚明身高  $> 210$ 。

◎因為有部份書籍表示『以上』是有包含該數，而『以下』並無，這是無稽之談，因此，若無註記 (含)，則應視為不含有等號，請同學要特別留意！

#### 二、一元一次不等式

(一) 一元一次不等式係指含有一個未知數的不等式，而且未知數的最高次方為一次方，型如： $ax + b < 0$  等樣式。

(二) 一元一次不等式的解，通常為一個區間或範圍，若未限定『解』的性質(如：正整數、負整數等等)，此範圍內的數皆為一元一次不等的解；因此，若此範圍為『封閉區間』則為有限解，若此範圍為『開放區間』則為無限多解。

(三) 不等式的列式與一元一次方程式的列式意思相同，但須考慮相關已知條件與未知數之大小關係。提醒同學們！不要忽略題目中『未提及的條件』，因為很有可能它們也是必要的條件之一。如以下說明：

eg：有一等腰三角形，已知其為鈍角三角形，求其底角的大小範圍為何呢？

sol) 設底角為 $x^\circ$ ,  $\therefore x^\circ < 90^\circ \therefore 180^\circ - 2x^\circ > 90^\circ$ ,  $-2x^\circ > -90^\circ$ ,  $x^\circ < 45^\circ$ ,  
別忘了!  $0^\circ < x^\circ < 45^\circ$

#### 【滿足不等式的值】

講解一：

下列各數  $-1, 0, 1, 2, \frac{5}{2}$ ，哪些數滿足不等式  $5x - 7 > 2$  呢？

解：(1)  $5(-1) - 7 = -12$ ， $-12 < 2$ ；(2)  $5(0) - 7 = -7$ ， $-7 < 2$ ；

(3)  $5(1) - 7 = -2$ ， $-2 < 2$ ；(4)  $5(2) - 7 = 3$ ， $3 > 2$ ；(5)  $5\left(\frac{5}{2}\right) - 7 = \frac{11}{2}$ ， $\frac{11}{2} > 2$ 。

Ans：2， $\frac{5}{2}$ 。

練習一：

下列各數  $-8, 0, 8$ ，哪些數滿足不等式  $2(x - 3) + 3 > (x - 1) + 3$  呢？

解：(1)  $\begin{cases} 2[(-8) - 3] + 3 = -19 \\ [(-8) - 1] + 3 = -6 \end{cases}$ ， $-19 < -6$ ，不成立

(2)  $\begin{cases} 2(0 - 3) + 3 = -3 \\ (0 + 1) + 3 = 4 \end{cases}$ ， $-3 < 4$ ，不成立

(3)  $\begin{cases} 2(8 - 3) + 3 = 13 \\ (8 + 1) + 3 = 12 \end{cases}$ ， $13 > 12$ ，成立

Ans：8。

### 【依題意列出不等式】

講解二：

下表為宇宙明星高中的普通班級資優班入學標準：

學測分數	未滿 275 分	275 分以上(含)，未滿 285 分	285 分以上(含)
錄取情形	未錄取	普通班	資優班

請依題意列出不等式：

①已知芸婷可錄取普通班，假設其分數為  $x$  分，則  $x$  的範圍為何？

②假設吟青的學測分數為  $y$  未滿 275 分，請列出不等式及錄取情形。

③假設珮鈴的學測分數為  $z$  不小於 285 分，請列出不等式及錄取情形。

解：①  $275 \leq x < 285$ ，②  $y < 275$  (未錄取)，③  $z \geq 285$  (錄取資優班)。

練習二：

鈞偉到體育用品店購買運動鞋，老闆向其推薦 *NIKE* 的球鞋定價全面打七折，至少可以讓他省下 320~360(元)；adidas 的球鞋促銷價為定價的 20%OFF，至少可以讓他省下 300~320(元)，假設 *NIKE* 的球鞋定價為  $x$  元，adidas 的球鞋促銷價為  $y$  元，請列出兩款鞋的不等式為何？

解：①  $320 \leq x - 0.7x \leq 360$ 。②  $300 \leq 1.25y - y \leq 320$ 。

### 【不等式應用】

講解三：

小華老師每天開車往返學校與家裡，全程共計 105 公里，若公路的速限規定在 50~70(含 50、70) (公里/小時)之間，若在速限之內走完全程，花費的時間相差多少分鐘呢？

解：依據速度公式  $s = vt$  ,  $t = \frac{s}{v}$  可知，

$$\begin{cases} t_{\text{最短}} = \frac{105}{70} = 1.5(\text{小時}) \\ t_{\text{最長}} = \frac{105}{50} = 2.1(\text{小時}) \end{cases}, 2.1 - 1.5 = 0.6(\text{小時}) = 36(\text{分鐘}), \text{Ans : 36 分鐘。}$$

練習三：

銳跑運動飲料，其營養成分的標示中，鈉離子的含量為每 1 公克有  $2 \pm 0.5$ (毫克)，假設一罐銳跑運動飲料為 150 (公克)，則其鈉離子含量的範圍為何 (以公克表示)，請以不等式表示。(1 公克=1000 毫克)

解：假設一罐飲料的鈉離子含量為  $x$  公克

$$\begin{cases} \text{鈉}_{\text{最多}} = 150 \times (2 + 0.5) = 375(\text{毫克}) = 0.375(\text{公克}) \\ \text{鈉}_{\text{最少}} = 150 \times (2 - 0.5) = 225(\text{毫克}) = 0.225(\text{公克}) \end{cases}, 0.225 \leq x \leq 0.375 (\text{公克})。$$

Ans :  $0.225 \leq x \leq 0.375$  (公克)。

### 【十分鐘即時練習】

- (1) 育杰的父親今年  $x$  歲，五年後父親還不到退休的年齡 65 歲，請列出  $x$  的不等式為何？ $x + 5 < 65$ 。
- (2) 啟倫買了一包洋芋片，其包裝標示重量為  $30 \pm 2$  (克)，若以  $x$  表示洋芋片的實際重量的範圍，則可列出不等式為何？ $28 \leq x \leq 32$ 。
- (3) 已知  $a + 3 < 0$  ,  $b - 3 < 0$  , 則下列何者一定為正數呢？④。  
①  $a + 1$  , ②  $a + 4$  , ③  $b - 2$  , ④  $b + 5$ 。
- (4) 若  $x$  為整數，且滿足  $0 \leq x \leq b$  的解與滿足  $0 \leq x \leq a$  的解，其個數一樣多，求  $a - b$  的最大值為何？1。解：(當  $b$  為整數且  $a = b + 1$  時，解的個數一樣多。)
- (5) 能夠滿足  $x \geq -3$  且  $x < -2$  的整數  $x$  有多少個呢？1。  
解：(當  $x \geq -3$  且  $x < -2$  時， $-3 \leq x < -2$  ,  $x = -3$  (1個))

### 能力二：不等式的性質

#### 一、不等量的遞移性

假設有  $a$ 、 $b$ 、 $c$  三實數，依據不等量的遞移性有下列情況：

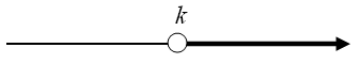
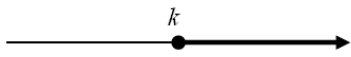
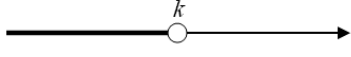
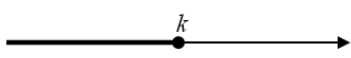
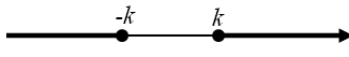

- (1) 當 $a > b$  且  $b > c$  則 $a > c$
- (2) 當 $a \geq b$  且  $b \geq c$  則 $a \geq c$
- (3) 當 $a \geq b$  且  $b \geq a$  則 $a = c$
- (4) 當 $a > b$  且  $b > a$  則矛盾(不成立)

## 二、不等式的運算性質

假設  $a > b$ ，依據不等量公理，有下列情形：

- (1)  $a + c > b + c$
- (2)  $a - c > b - c$
- (3) 當 $c > 0$ 時  $\Rightarrow \begin{cases} a \times c > b \times c \\ a \div c > b \div c \end{cases}$
- (4) 當 $c < 0$ 時  $\Rightarrow \begin{cases} a \times c < b \times c \\ a \div c < b \div c \end{cases}$  乘除(負數)時不等號要(變向)

## 三、一元一次不等式的圖解

- (1)  $x > k \Rightarrow$  
- (2)  $x \geq k \Rightarrow$  
- (3)  $x < k \Rightarrow$  
- (4)  $x \leq k \Rightarrow$  
- (5)  $x \geq k$  或  $x \leq -k \Leftrightarrow |x| \geq k$  且  $k \geq 0 \Rightarrow$  
- (6)  $-k \leq x \leq k \Leftrightarrow |x| \leq k$  且  $k \geq 0 \Rightarrow$  

### 【不等量的遞移性】

講解四：

假設有  $a$ 、 $b$ 、 $c$  三個正整數及  $x$ 、 $y$ 、 $z$  三個負整數，已知  $b$  大於  $a$ ，而  $c$  不大於  $a$ ，又  $x$  小於  $y$ ，且  $y$  不大於  $z$ ，請問  $b$ 、 $c$  及  $x$ 、 $z$  的大小關係。

解：①  $\ominus b > a$  且  $a \geq c$ ， $\therefore b > c$ 。 ②  $\ominus x < y$  且  $y \leq z$   $\therefore x < z$ 。

練習四：

假設  $a$ 、 $b$ 、 $c$  是三個正數，若  $a = \frac{1}{3}b$ ， $b = \frac{1}{2}c$ ，試比較此三數的大小關係。

解： $\ominus a = \frac{1}{3}b$  且  $b > 0 \therefore a < b$  ,  $\ominus b = \frac{1}{2}c$  且  $c > 0 \therefore b < c$   
 $\therefore a < b < c$

講解五：

假設不等式  $-3 < a < 5$ ，求下列各式的範圍為何？

①  $-3a$     ②  $4a-4$     ③  $7a-2$

解：① 原式  $= (-3) \times (-3) > (-3)a > 5 \times (-3)$  ,  $9 > -3a > -15$

② 原式  $= 4 \times (-3) < 4a < 4 \times 5$  ,  $-12 - 4 < 4a - 4 < 20 - 4$  ,  $-16 < 4a - 4 < 16$

③ 原式  $= (-3)(-2) > (-2)a > 5(-2)$  ,  $6 + 7 > 7 - 2a > (-10) + 7$  ,  $13 > 7 - 2a > -3$

練習五：

假設  $1 \leq a \leq 4$ ，試求  $-3a-2$  的最大與最小的整數值為何？

解：原式  $= 1(-3) \geq (-3)a \geq 4(-3)$  ,  $-3 \geq -3a \geq -12$  ,  $-3 - 2 \geq -3a - 2 \geq -12 - 2$

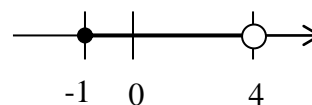
$\Rightarrow -5 \geq -3a - 2 \geq -14$  ,  $-3a - 2$  的最大整數值為  $-5$  , 最小整數值為  $-13$ 。

### 【不等式的整數解與圖示】

講解六：

若要滿足  $-1 \leq x \leq k$  的整數  $x$  共有 6 個，則  $k$  有哪些整數呢？並畫出不等式的圖示。

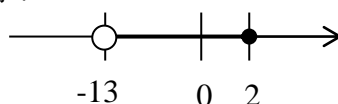
解： $\ominus -1 \leq x \leq k \therefore -1, 0, 1, 2, 3, 4$  共有 6 個整數。



練習六：

若  $a < x \leq b$ ，其中  $a, b$  為整數，且滿足  $x$  的所有整數解為  $-12, -11, -10 \wedge 0, 1, 2$ ，請寫出不等式及其圖示為何？

解： $-13 < x \leq 2$ 。



### 【十分鐘即時練習】

(1) 若 2、8、 $x$  為三角形的三邊長，且  $x$  為正整數，則  $x$  為 7、8、9。

解： $\ominus 8 - 2 < x < 8 + 2$  ,  $6 < x < 10$  ,  $\therefore x = 7, 8, 9$

(2) 假設  $3 < a < 8$  ,  $5 < b < 10$ ，試填下列之空格。

① 8  $< a+b <$  18      ② -7  $< a-b <$  3

③ 19  $< 3a+2b <$  44      ④ -3  $< b-a <$  7

解：①  $3+5 < a+b < 8+10$  ,  $8 < a+b < 18$ 。

②  $-5 > -b > -10$  ,  $-10 < -b < -5$  ,  $3+(-10) < a+(-b) < 8+(-5)$   
 $\Rightarrow -7 < a-b < 3$ 。

③  $9 < 3a < 24$  ,  $10 < 2b < 20 \Rightarrow 9+10 < 3a+2b < 24+20$

$$\Rightarrow 19 < 3a + 2b < 44 \circ$$

$$\textcircled{4} -3 > -a > -8, -8 < -a < -3, 5 + (-8) < b + (-a) < 10 + (-3)$$

$$\Rightarrow -3 < b - a < 7 \circ$$

(3) 假設  $-1 < a < 0$ ，則  $a$ 、 $-a$ 、 $\frac{1}{a}$  三數中，何者最大  $-a$ 。

$$\text{解：} -a > 0 > a > \frac{1}{a} \circ$$

(4) 已知  $-2 < a < 1$ ，且  $P=1-2a$ ，求  $P$  的範圍  $-1 < 1-2a < 5$ 。

$$\text{解：} -2 < a < 1, -2 < -2a < 4, -1 < 1-2a < 5 \circ$$

(5) 已知  $-9 \leq x \leq 5$ ，則  $|x|$  的最大值為 9。

$$\text{解：} \ominus |-9| = 9, |5| = 5, \therefore |x| \text{ 的最大值為 } 9 \circ$$

### 能力三：一元一次不等式與應用

#### 一、解一元一次不等式的步驟

(一) 認明不等式之題型：

若一數學式中含有兩個（種）不等號時，就以聯立方程式方式處理。若單純僅有一個（種）不等號，即以類似一元一次方程式方式處理。

(二) 分數型之不等式：

若遇到有分數時，將全式乘以分母之最小公倍數。

(三) 小數型之不等式：

若欲小數時，將全式乘以  $10^n$ 。

(四) 化簡之步驟：

執行步驟（一）、（二）將相關係數化為整數後，再按照去括號法則或分配律進行化簡。

(五) 移項整理之步驟：

以移項性質，將含有未知數的項移到不等號的任一邊後，合併或化簡。

◎需注意未知數前的係數，若為負數時，移項時需將不等變向。

(六) 以不等量公理驗證：

最後再次檢驗『不等號的方向』是否正確。（建議以不等量公理驗證之）

#### 二、一元一次不等式解的情況

假設有一元一次不等式  $ax \geq b$ ，其解有下列情況：

- (1)  $a > 0 \Rightarrow x \geq \frac{b}{a}$   
 (2)  $a < 0 \Rightarrow x \leq \frac{b}{a}$   
 (3)  $a = 0, b \leq 0 \Rightarrow x$  為任意實數  
 (4)  $a = 0, b > 0 \Rightarrow x$  無解

### 【解一元一次不等式】

講解七：

解下列一元一次不等式：

①  $8(x-1) \leq 3(2x-3)+4$

②  $3-(2x-1) \geq \frac{1}{2}\left(22x-\frac{2}{3}\right)$

解：① 原式  $\Rightarrow 8x-8 \leq 6x-9+4, 2x \leq -5+8, x \leq \frac{3}{2}$

② 原式  $\Rightarrow 3-2x+1 \geq 11x-\frac{1}{3}, 3+1+\frac{1}{3} \geq 13x, \frac{13}{2} \geq 13x, x \leq \frac{1}{3}$

練習七：

解下列一元一次不等式：

①  $\frac{2}{3}x-1 > \frac{6}{7}x-2$

②  $2(x-3) < 3(x+2)$

解：① 原式  $\Rightarrow \frac{2}{3}x-\frac{6}{7}x > -1, \frac{14-18}{21}x > -1, x > -1 \times \left(\frac{21}{-4}\right), x > \frac{21}{4}$

② 原式  $\Rightarrow 2x-6 < 3x+6, -6-6 < 3x-2x, x > -12$

### 【解一元一次聯立不等式】

講解八：

解下列一元一次聯立不等式：

①  $7-x < 14+2x \leq 4x+22$

②  $2 < \frac{2x-3}{5} \leq 8$

解：① 原式  $\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 7-x < 14+2x, -7 < 3x, \frac{7}{3} > x \\ 14+2x \leq 4x+22, 36 \leq 2x, 18 \leq x \end{array} \right\} 18 \leq x < \frac{7}{3}$

② 原式  $\Rightarrow$  同乘於5  $\Rightarrow 10 < 2x-3 \leq 40, 13 < 2x \leq 43, \frac{13}{2} < x \leq \frac{43}{2}$

練習八：

解下列一元一次聯立不等式：

$$\textcircled{1} \quad 7x - 10 \leq 3(-x - 2) < 10$$

$$\textcircled{2} \quad -20 < -4x + 6 < 20$$

$$\text{解：}\textcircled{1} \quad \text{原式} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 7x - 10 \leq -3x - 6, 10x \leq 4, x \leq \frac{2}{5} \\ 4x + 6 < 20, 4x < 14, x < \frac{7}{2} \end{array} \right\} x \leq \frac{2}{5} \text{ 且 } x < \frac{7}{2}$$

$$\textcircled{2} \quad \text{原式} \Rightarrow -26 < -4x < 14, \frac{-26}{-4} > x > \frac{14}{-4}, \frac{13}{2} > x > \frac{-7}{2}$$

### 【一元一次不等式應用問題】

講解九：

若 $\triangle ABC$ 為銳角三角形，且 $\angle A = \angle C < \angle B$ ，請問 $\angle A$ 的範圍為何？

$$\text{解：}\textcircled{\ominus} \quad \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ, \therefore \angle A + \angle C > 90^\circ \Rightarrow \angle A + \angle A > 90^\circ, \angle A > 45^\circ$$

$$\textcircled{\omin�} \quad \angle A + \angle B + (\angle A) < 180^\circ, \therefore \angle A + \angle A + \angle A < 180^\circ, 3\angle A < 180^\circ, \angle A < 60^\circ \\ \Rightarrow 45^\circ < \angle A < 60^\circ \circ$$

$$\text{Ans: } 45^\circ < \angle A < 60^\circ \circ$$

練習九：

已知 $\triangle ABC$ 為銳角三角形， $\triangle DEF$ 為鈍角三角形，且 $\angle A < \angle B < \angle C$ 及 $\angle D < \angle E < \angle F$ ，求 $\angle A$ 、 $\angle C$ 、 $\angle D$ 、 $\angle F$ 的範圍為何？

$$\text{解：}\textcircled{1} \quad \textcircled{\ominus} \quad \angle A < \angle B < \angle C \Rightarrow \angle A < 90^\circ, \angle B < 90^\circ, \angle C > 90^\circ$$

$$\therefore 3\angle A < \angle A + \angle B + \angle C, 3\angle A < 180^\circ, \angle A < 60^\circ$$

$$3\angle C > \angle A + \angle B + \angle C, 3\angle C > 180^\circ, \angle C > 60^\circ$$

$$\text{故 } 0^\circ < \angle A < 60^\circ, 60^\circ < \angle C < 90^\circ \circ$$

$$\textcircled{2} \quad \textcircled{\omin�} \quad \angle D < \angle E < \angle F \Rightarrow \text{三角形任一角為 } 90^\circ \text{ 即為直角三角形}$$

$$\therefore 90^\circ < \angle F < 180^\circ, \therefore 0^\circ < \angle D < 90^\circ$$

講解十：

櫻怡全家及親戚一起到日月潭露營，傍晚分配帳篷時出現狀況，如果每頂帳篷睡5個人，則有7個人沒得睡；如果每頂帳篷睡6個人，則有1頂帳篷沒睡滿，請問他們最多及最少帶了幾頂帳篷呢？

解：設有 $x$ 頂帳篷，全部的人數為 $(5x + 7)$ 人。

$$1 \leq (5x + 7) - 6(x - 1) < 6, 1 \leq 5x + 7 - 6x + 6 < 6, 1 \leq -x + 13 < 6, \\ -12 \leq -x < -7, 12 \geq x > 7$$



**Ans :** 他們最多可能帶了 12 頂帳篷，最少帶了 7 頂帳篷。

練習十：

一年 18 班辦班級慶生會，老師帶了柳橙汁 1000 (毫升)，其濃度為 17%，因為濃度太濃所以加入了礦泉水  $x$  (毫升) 之後，濃度降低為 10%，請問加入礦泉水  $x$  的範圍為何？

**解 :**  $1000 \times 15\% < 10\%(1000 + x)$  ,  $150 < 100 + 0.1x$  ,  $50 < 0.1x$  ,  $500 < x$  。

**Ans :**  $x > 500$  (毫升)

### 【十分鐘練習題】

(1) 因為油價上漲，良宜的父親挑選優惠最多的 Lexus 加油站加油，每次加油滿 600 元，可獲贈面紙一盒，若良宜的父親加油花了  $x$  元，獲得 5 盒面紙，則  $x$  的範圍  $3000 \leq x < 3600$ 。

**解 :**  $600 \times 5 \leq x < 600 \times 6$  ,  $3000 \leq x < 3600$  。

(2) 滿足  $-2 < \frac{1}{3}(x+3) - 1 < 6$  的最大整數  $x$  為何？ 15。

**解 :**  $-6 < x+3-1 < 18$  ,  $-8 < x < 16$  。

(3) 本學期數學週考有 4 次，雅姿前 3 次的成績為 65、76、83，若想要平均成績達到 80 分 (含) 以上，請問前 4 次成績的範圍 (設第 4 次成績為  $x$ ，總分為 100 分)  $96 \leq x \leq 100$ 。

**解 :**  $\ominus (65 + 76 + 83 + x) \div 4 \geq 80$  ,  $224 + x \geq 320$  ,  $x \geq 96$  且  $x \leq 100$  ,  
 $\therefore 96 \leq x \leq 100$

(4) 若  $a+5$ ,  $a$ ,  $a-5$ ，為三角形的三邊長，求  $a$  的範圍  $a > 10$ 。

**解 :**  $\ominus a-5 > 0$  ,  $a+5 < a+(a-5)$  ,  $\Rightarrow a > 5$  or  $10 < a \Rightarrow$  取  $a > 10$

(5) 若  $a$  是正整數，且  $\frac{1}{3} < \frac{6}{a} < \frac{3}{4}$ ，求  $a$  的個數有幾個呢？ 9 個。

**解 :**  $\frac{1}{3} < \frac{6}{a} < \frac{3}{4}$  ,  $\frac{6}{18} < \frac{6}{a} < \frac{6}{8}$  ,  $(17-9)+1=9$  個。

### 【基本觀念題】

( B ) 1. 一元一次不等式  $2x-3 > 7 > 13-6x$  的解為  $x$ ，其圖示為下列何者？



**解 :**  $2x-3 > 7 > 13-6x \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 2x > 10, x > 5 \\ 7 > 13-6x, -6 > -6x, 1 < x \end{array} \right\}$  取  $x > 5$

( D ) 2. 正義家中的洗衣機最大的洗衣量為 30 公斤，今天媽媽要洗  $x$  件的被單和重量 13 公斤的衣服，其中被單每件重量 2 公斤，根據題意可列出不等式為何？ (A)  $13x+2 < 30$  (B)  $13x+2 \leq 30$  (C)  $2x+13 < 30$

Ⓓ  $2x+13 \leq 30$ 。

- (A) 3. 承上題，下列何者不是媽媽這一次洗衣服時被單的件數呢？Ⓐ 9 件  
Ⓑ 8 件 Ⓒ 7 件 Ⓓ 6 件。
- (C) 4. 亭昀解一元一次不等式  $-(x-3) > 5x+1$  的步驟如下圖，請問她從哪一個步驟開始發生錯誤呢？Ⓐ (一) Ⓑ (二) Ⓒ (三) Ⓓ 沒有錯誤。

原式  $\Rightarrow -(x-3) > 5x+1$   
 (一)  $\Rightarrow -x+3 > 5x+1$   
 (二)  $\Rightarrow -6x > -2$   
 (三)  $\Rightarrow -6x \div (-6) > (-2) \div (-6)$   
 (四)  $\Rightarrow x > \frac{1}{3}$

- (B) 5. 已知柏超、昆勳、仲寬等三位同學的體重分別是 66 公斤、62 公斤、 $x$  公斤，三人平均體重不超過 61 公斤，依據此關係可以列出不等式為下列何者？Ⓐ  $(66+62+x) \div 2 \leq 61$  Ⓑ  $(x+62+66) \cdot \frac{1}{3} \leq 61$   
 Ⓒ  $\frac{(x+62+66)}{3} \geq 61$  Ⓓ  $\frac{3(66+62+x)}{3} \geq 61$ 。
- (D) 6. 承上題，請問仲寬的體重應該為下列何者呢？Ⓐ 58 公斤 Ⓑ 57 公斤  
 Ⓒ 56 公斤 Ⓓ 55 公斤。

解： $(66+62+x) \cdot \frac{1}{3} \leq 61$ ， $x \leq (61 \times 3) - (66+62)$ ， $x \leq 55$

- (A) 7. 假設有不等式  $-2 < a < 7$ ， $-7 < b < 4$ ，試求  $2a-3b$  的範圍為何？Ⓐ  $-16 < 2a-3b < 35$  Ⓑ  $8 < 2a-3b < -7$  Ⓒ  $-16 > 2a-3b > 35$   
 Ⓓ  $8 > 2a-3b > -7$ 。

解： $-2 < a < 7$  同乘 2  $\Rightarrow -4 < 2a < 14$   
 $-7 < b < 4$  同乘 (-3)  $\Rightarrow 21 > -3b > -12 \Rightarrow -12 < -3b < 21$   
 $\Rightarrow (-4) + (-12) < 2a-3b < 14+21 \Rightarrow -16 < 2a-3b < 35$

- (A) 8. 試判斷下列各數對  $(x,y)$ ，何者是  $5x-y-3 \leq 3x+y-2$  的解為何？  
 Ⓐ (1,1) Ⓑ (2,1) Ⓒ (-1,-2) Ⓓ (1,0)。

解： $5x-y-3 \leq 3x+y-2 \Rightarrow 2x-2y \leq 1 \Rightarrow 2(x+y) \leq 1$

- (A)  $2(1-1) \leq 1, 0 \leq 1$  (符合)  
 (B)  $2(2-1) \leq 1, 2 \leq 1$  (不符合)  
 (C)  $2[(-1)+2] \leq 1, 2 \leq 1$  (不符合)  
 (D)  $2(1-0) \leq 1, 2 \leq 1$  (不符合)

- (B) 9. 解不等式  $1 < \frac{3x-1}{2} \leq 2$  = ?

$$(A) 1 < x \leq \frac{5}{2} \quad (B) 1 < x \leq \frac{5}{3} \quad (C) 1 < x \leq \frac{2}{5} \quad (D) 1 < x \leq \frac{3}{5}。$$

Sol)  $2 < 3x - 1 \leq 4, 3 < 3x \leq 5, \therefore 1 < x \leq \frac{5}{3}$

(C) 10. 不等式  $2x - \frac{5}{3} > x + 4$  的最小整數解為何呢? (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7。

Sol) 同  $\times 3 \Rightarrow 6x - 5 > 3x + 12, 3x > 17 \Rightarrow x > 5\frac{2}{3} \therefore x = 6$

(A) 11. 若  $4a - 3b \leq -5$ , 試比較  $b - \frac{4}{3}a$  與  $1\frac{1}{2}$  的大小。(A)  $b - \frac{4}{3}a > 1\frac{1}{2}$  (B)

$$b - \frac{4}{3}a \geq 1\frac{1}{2} \quad (C) b - \frac{4}{3}a < 1\frac{1}{2} \quad (D) b - \frac{4}{3}a \leq 1\frac{1}{2}。$$

Sol)  $4a - 3b \leq -5$  同乘於  $(-\frac{1}{3}) \Rightarrow b - \frac{4}{3}a \geq \frac{5}{3} > 1\frac{1}{2}$

(D) 12.  $9 \leq 3x \leq x - 4$  的解為下列何者呢? (A)  $3 \leq x$  或  $x \leq -2$  (B)  $x \geq -2$  (C)  $x \leq 3$  (D) 無解。

Sol)  $9 \leq 3x$  且  $3x \leq x - 4 \Rightarrow 3 \leq x$  且  $2x \leq -4, x \leq -2 \therefore$  無解

### 【溫故歷屆基測試題】

(B) 1. 小君帶 200 元到文具行購買每枝 17 元的鉛筆和每枝 30 元的原子筆。若小君買的鉛筆比原子筆多 3 枝，則小君最多可買到幾枝鉛筆? (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5。【95 基測一】

Sol) 設小君買原子筆  $x$  支，

$$30x + 17(x + 3) \leq 200, 30x + 17x + 51 \leq 200$$

$$47x \leq 149, x \leq 3\frac{8}{47}$$

(A) 2.  $x = -3$  可為下列哪一個不等式的解? (A)  $5 \leq 4 - 2x$  (B)  $3x + 5 \geq -1$  (C)  $-2x - 3 \geq 4$  (D)  $-3 \leq -x - 8$ 。【95 基測一】

Sol) (A)  $5 \leq 4 - 2x \Rightarrow x \leq -0.5$ , (B)  $3x + 5 \geq -1 \Rightarrow x \geq -2$   
(C)  $-2x - 3 \geq 4 \Rightarrow x \leq -3.5$ , (D)  $-3 \leq -x - 8 \Rightarrow x \leq -5$

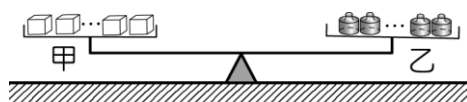
(C) 3. 有甲、乙兩個箱子，甲箱重 47 公斤，其重量比乙箱的 3 倍還重，且比乙箱的 4 倍還輕。若乙箱重  $x$  公斤，依題意可得到下列哪一個關係式?

$$(A) x > \frac{47}{3} \quad (B) x < \frac{47}{4} \quad (C) \frac{47}{4} < x < \frac{47}{3} \quad (D) \frac{47}{3} < x < 47。【95 基測$$

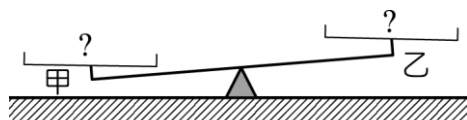
二】

Sol) 依題意 
$$\begin{cases} 47 > 3x, x < \frac{47}{3} \\ 47 < 4x, x > \frac{47}{4} \end{cases}$$

(C) 4. 如圖(一)，等臂天平呈平衡狀態，其中甲秤盤放方塊，乙秤盤放砝碼。若每個方塊、砝碼的重量分別為  $x$ 、 $y$ ，且  $x < y$ ，則經下列哪一選項的操作，可使天平呈圖(二)的狀態？ (A) 在甲加放 6 個方塊，乙加放 6 個砝碼 (B) 在甲加放 4 個方塊，乙加放 5 個砝碼 (C) 從甲取出 3 個方塊，乙取出 3 個砝碼 (D) 從甲取出 3 個方塊，乙加放 4 個砝碼。【95 基測二】



圖(一)



圖(二)

Sol) 由甲=乙，且  $x < y$ ， $3x < 3y$ ， $-3x > -3y$ 。

(A) 5. 如圖是測量一物體體積的過程：

步驟一，將 300mL 的水裝進一個容量為 450mL 的杯子中。

步驟二，將三個相同的玻璃珠放入水中，結果水沒有滿。

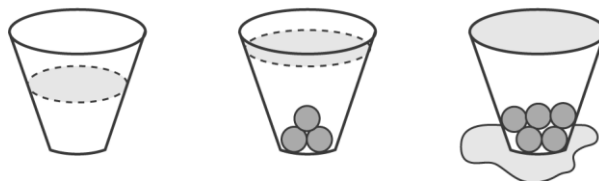
步驟三，同樣的玻璃珠再加兩個放入水中，結果水滿溢出。

根據以上過程，推測一顆玻璃珠的體積在下列哪一範圍內？ (1mL = 1cm<sup>3</sup>) (A) 30cm<sup>3</sup> 以上，50cm<sup>3</sup> 以下 (B) 50cm<sup>3</sup> 以上，70cm<sup>3</sup> 以下 (C) 70cm<sup>3</sup> 以上，90cm<sup>3</sup> 以下 (D) 90cm<sup>3</sup> 以上，110cm<sup>3</sup> 以下。【94.基測一】

步驟一

步驟二

步驟三

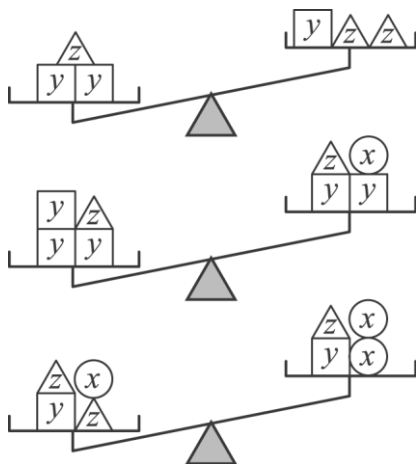


Sol) 設每個玻璃珠的體積為  $x$  由步驟 (二) 知 3 個玻璃珠的體積範圍為  $3x \leq 450 - 300$ ， $3x \leq 150 \Rightarrow x \leq 50$ ，由步驟 (三) 知 5 個玻璃珠的體積範圍為， $5x \geq 450 - 300$ ， $5x \geq 150$ ， $x \geq 30$ 。

(A) 6. 下列何者為  $\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}y > 0$  的解？ (A)  $x = 3, y = 2$  (B)  $x = 2, y = 3$  (C)  $x = -3, y = -2$  (D)  $x = -2, y = -3$ 。【94.基測二】

Sol)  $x=3, y=2$  代入,  $\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}y = \frac{1}{2} \times 3 - \frac{1}{3} \times 2$

(B) 7. 如圖是將積木放在等臂天平上的三種情形。若一個球形、方形、錐形的積木重量分別以  $x$ 、 $y$ 、 $z$  表示，則  $x$ 、 $y$ 、 $z$  的大小關係為何？ (A)  $x > y > z$  (B)  $y > z > x$  (C)  $y > x > z$  (D)  $z > y > x$ 。【94.基測一】



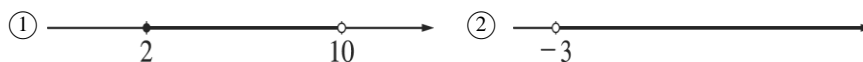
$$\text{Sol) } \begin{cases} 2y+z > y+2z \\ 3y+z > x+2y+z \\ x+y+2z > 2x+y+z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y > z \\ y > x \\ z > x \end{cases}$$

**【模擬學力基測試題】**

(D) 1. 哪一個數是  $x + \frac{120}{119} + \frac{1000}{999} \leq 0$  的解？ (A) 0 (B) -1 (C) -2 (D) -3。

Sol)  $x + 1\frac{1}{119} + 1\frac{1}{999} \leq 0, \Rightarrow x + 2 + \frac{1}{119} + \frac{1}{999} \leq 0$  故選 (D)

(B) 2. 下列不等式，何者不在下列圖示範圍中：



(A)  $2 \leq x < 10$  (B)  $x \leq -3$  (C)  $-3 < x$  (D)  $-3 < x \leq 3$

(A) 3. 試比較  $(1\frac{999}{1000})^5$  和  $(1\frac{999}{1000})^4$  的大小。(A)  $(1\frac{999}{1000})^5 > (1\frac{999}{1000})^4$

(B)  $(1\frac{999}{1000})^5 < (1\frac{999}{1000})^4$  (C)  $(1\frac{999}{1000})^5 \leq (1\frac{999}{1000})^4$  (D)  $(1\frac{999}{1000})^5 \geq (1\frac{999}{1000})^4$ 。

Sol)  $1\frac{999}{1000} > 1 \therefore (1\frac{999}{1000})^5 > (1\frac{999}{1000})^4$

(B) 4. 同時滿足  $2x - \frac{3}{2} > -x + \frac{1}{2}$  及  $x - \frac{2}{3} < -\frac{x}{3} + 1$  的解為何呢? (A)  $\frac{5}{4} < x < \frac{2}{3}$  (B)  $\frac{2}{3} < x < \frac{5}{4}$  (C)  $-\frac{2}{3} < x < -\frac{5}{4}$  (D)  $-\frac{2}{3} < x < \frac{5}{4}$ 。

Sol)  $2x - \frac{3}{2} > -x + \frac{1}{2} \Rightarrow 3x > 2, x > \frac{2}{3}, x - \frac{2}{3} < -\frac{x}{3} + 1 \Rightarrow \frac{4}{3}x < \frac{5}{3}, x < \frac{5}{4}, \therefore \frac{2}{3} < x < \frac{5}{4}$

(B) 5. 若  $-3$  為  $x$  的不等式  $mx - 9 \geq x - 2$  的一個解, 則 (A)  $m \geq -\frac{4}{3}$  (B)  $m \leq -\frac{4}{3}$  (C)  $m \geq -\frac{3}{4}$  (D)  $m \leq -\frac{3}{4}$ 。

Sol)  $x = -3$  代入:  $-3m - 9 \geq -3 - 2, -3m \geq 4 \therefore m \leq -\frac{4}{3}$

(D) 6. 已知三角形的三邊長為  $a - 3, 26 - a, 2a - 7$ , 若  $a$  為整數, 則  $a$  共有幾個? (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 個。

Sol)  $\left. \begin{cases} a - 3 + 2a - 7 > 26 - a \Rightarrow a > 9 \\ a - 3 + 26 - a > 2a - 7 \Rightarrow a < 15 \\ a - 3 > 0, 26 - a > 0, 2a - 7 > 0 \Rightarrow a > 3, a < 26, a > \frac{7}{2} \end{cases} \right\} \Rightarrow 15 > a > 9$  但  $a$  為整數

$\therefore a = 10, 11, 12, 13, 14$  共 5 個

(A) 7. 福隆火車便當有若干個裝箱, 若每箱裝 14 個, 則餘 36 個; 若每箱裝 18 個, 最後一箱裝不滿, 當至多可裝  $a$  箱, 至少可裝  $b$  箱, 則  $a - b = ?$  (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6。

Sol) 設有  $x$  箱  $\therefore 18(x - 1) < 14x + 36 < 18x \Rightarrow 18x - 18 < 14x + 36 \Rightarrow 4x < 54, x < 13\frac{1}{2} \Rightarrow 14x + 36 < 18x \Rightarrow 36 < 4x, x > 9 \therefore 9 < x < 13\frac{1}{2}; \therefore$  最小  $b = 10$ , 最大  $a = 13 \therefore 13 - 10 = 3$ 。

(C) 8. 太平洋 SOGO 百貨公司的商品, 都照成本加 25% 的利潤做為定價, 週年慶大減價, MP4 一臺照定價便宜 500 元售出尚可賺成本的 5% (含) 以上, 則該 MP4 成本最少為多少元。(A) 1999 元 (B) 2000 元 (C) 2500 元 (D) 3000 元。

Sol) 設 MP4 成本  $x$  元, 則定價  $x + 0.25x = 1.25x$ ,

$\therefore (1.25x - 500) - x \geq 0.05x \Rightarrow 0.2x \geq 500, x \geq 2500, \therefore$  成本最少 2500 元

(B) 9. 一個三角形的底長 10 公分, 高為  $(2x - 7)$  公分, 面積不大於  $(5x + 20)$  平方公分, 則  $x$  範圍為何呢? (A)  $\frac{7}{2} \leq x \leq 11$  (B)  $\frac{7}{2} < x \leq 11$  (C)  $\frac{7}{3} \leq x \leq 11$  (D)  $\frac{7}{3} < x \leq 11$ 。

Sol)  $2x-7>0 \Rightarrow x>\frac{7}{2}$  ;  $5x+20>0, x>-4$  , 又  $10 \times (2x-7) \times \frac{1}{2} \leq 5x+20$  ,  $2x$

$-7 \leq x+4 \Rightarrow x \leq 11 \quad \therefore \frac{7}{2} < x \leq 11$

(C) 10. 高雄科學工藝博物館的入場券規定：50 人(含)以上打八折，100 人(含)以上打 7 折。今有奇鼎國中 2 年 18、19 班共二班的人數在 50 人到 100 人之間，則此二班最少多少人時，買 100 張入場券反而便宜？(A) 66 (B) 77 (C) 88 (D) 99。

Sol) 設有  $x$  人以上 ( $50 \leq x \leq 100$ ) ,  $\therefore 0.8x > 100 \times 0.7 \Rightarrow x > \frac{70}{0.8} = 87.5$  ,  $\therefore x$  最小整數值 88。

**【進階練習題】**

(D) 1. 若甲、乙、丙皆比 0 小，且甲 > 乙，則正確的敘述有哪些？① 甲 + 丙 > 乙 + 丙；② 甲 × 丙 > 乙 × 丙；③ 甲 ÷ 丙 > 乙 ÷ 丙；④ (甲 - 乙) ÷ 丙 > 0；⑤ (甲 - 乙) × 丙 < 0；⑥ 甲 ÷ 乙 > 0。

(A) ①③④ (B) ②③⑤ (C) ③④⑥ (D) ①⑤⑥

Sol) 甲 > 乙  $\Rightarrow$  甲 + 丙 > 乙 + 丙  $\Rightarrow$  甲 > 乙 (甲 - 乙) × 丙 < 0, 甲 < 0, 乙 < 0, 甲 ÷ 乙 > 0  $\therefore$  正確的敘述有①⑤⑥。

(C) 2. 奇鼎國中國二理化段考有一考題如下所示：今有 4% 的食鹽水 300 公克和 9% 的食鹽水多少公克(含)以上混合，可得濃度在 6% (含) 以上的食鹽水。(A) 100 (B) 153 (C) 200 (D) 253。

Sol) 設 9% 的食鹽水  $x$  克，則  $300 \times 4\% + x \times 9\% \geq (300 + x) \times 6\%$  ,  
 $12 + 0.09x \geq 18 + 0.06x \Rightarrow 0.03x \geq 6 \quad \therefore x \geq 200$

(D) 3. 第 100 屆立法委員選舉，假設花蓮縣第一選區有選票 12000 張，有 10 位候選人要選上 3 位，則候選人花媽至少要得多少張選票，才能篤定當選呢？(A) 2998 (B) 2999 (C) 3000 (D) 3001。

Sol) 設需  $x$  張， $(3+1)x > 12000$  ,  $\therefore x > 3000$  , 但  $x$  為正整數  $\therefore 3000 + 1 = 3001$ 。

(A) 4. 解不等式  $\begin{cases} 3x+71 < 25x+5 \\ 8x+5 > 12x-15 \end{cases}$ 。

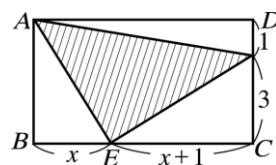
(A)  $3 < x < 5$  (B)  $3 > x > 5$  (C)  $3 < x < 7$  (D)  $7 > x > 5$ 。

Sol)  $3x+71 < 25x+5 \Rightarrow 66 < 22x \quad \therefore x > 3$  ;  $8x+5 > 12x-15 \Rightarrow 20 > 4x \quad \therefore x < 5$  ,  
 故  $3 < x < 5$ 。

(B) 5. 如右圖，長方形 ABCD 中，若長方形周長小於 50，且斜線部分面積不小於 16，求  $x$  的範圍。

(A)  $2 \leq x < 8$  (B)  $4 \leq x < 10$  (C)  $6 \leq x < 12$  (D)  $8 \leq x < 14$ 。

Sol) 先求斜線部分面積 =  $(x+x+1)(1+3) - \frac{4 \times x}{2} - \frac{3(x+1)}{2} - \frac{(2x+1) \times 1}{2}$



$$=8x+4-2x-\frac{3}{2}x-\frac{3}{2}-x-\frac{1}{2}=\frac{7}{2}x+2;$$

依條件列式 $(x+x+1+4)\times 2 < 50 \Rightarrow 2x+5 < 25 \Rightarrow 2x < 20, x < 10,$

$$\text{又 } \frac{7}{2}x+2 \geq 16 \Rightarrow \frac{7}{2}x \geq 14, x \geq 4, \therefore 4 \leq x < 10.$$

- (C) 6. 學生若干人，住若干間宿舍，如果每間住4人，還餘19人；如果每間住6人，則有一間住了人但沒有住滿，設宿舍有 $x$ 間，則宿舍間數。(請寫出所有答案)。(A) 8、9、10間 (B) 9、10、11間 (C) 10、11、12間 (D) 11、12、13間。

Sol) 設學生總人數 $(4x+19)$ 人，則  $6(x-1) < 4x+19 < 6x$ ;

$$6x-6 < 4x+19 \Rightarrow 2x < 25, x < 12.5;$$

$$4x+19 < 6x \Rightarrow 19 < 2x, x > 9.5 \quad \therefore 9.5 < x < 12.5;$$

則 $x$ 的整數解10, 11, 12,  $\therefore$ 宿舍有10間、11間、12間。

- (D) 7. 有一堆鉛筆分給學生若干人，若每人分3枝，則最後1人分得1枝(含)以上但不到3枝；若每人分4枝，則恰有4人沒有分到，問學生共有多少人？(A)  $9 \leq x \leq 10$  (B)  $10 \leq x \leq 11$  (C)  $12 \leq x \leq 13$  (D)  $14 \leq x \leq 15$  (人)。

Sol) 設學生有 $x$ 人， $\therefore 3(x-1)+1 \leq 4(x-4) \leq 3(x-1)+2$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3(x-1)+1 \leq 4(x-4) \\ 4(x-4) \leq 3(x-1)+2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x-3+1 \leq 4x-16 \\ 4x-16 \leq 3x-3+2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 14 \\ x \leq 15 \end{cases}, \therefore 14 \leq x \leq 15,$$

故 $x=14$ 或 $15$ ，所以學生有14人或15人。

- (A) 8. 鄧校長開休旅車從家中到學校，離家後起初的6公里，因交通較擁擠，平均時速為30公里，超過6公里後就可增快時速為50公里，鄧校長每天到校所需時間從不超過30分鐘，問鄧校長的家離學校最遠有多少公里？(A) 21 (B) 22 (C) 23 (D) 24公里。

Sol) 設離家6公里後的路程為 $x$ 公里， $\frac{6}{30} + \frac{x}{50} \leq \frac{30}{60} \Rightarrow \frac{1}{5} + \frac{x}{50} \leq \frac{1}{2},$

$$10+x \leq 25 \Rightarrow x \leq 15, \therefore \text{最遠有 } 6+15=21 \text{ 公里。}$$

- (C) 9. 設 $-1 < x < 3$ 且 $P = \frac{1}{2}(6-3x) + \frac{1}{2}$ ，求 $P$ 的範圍。(A)  $5 < P < 7$  (B)  $-1 < P < 5$  (C)  $5 > P > -1$  (D)  $7 > P > 5$ 。

Sol)  $-1 < x < 3 \Rightarrow 3 > -3x > -9 \Rightarrow 9 > -3x+6 > -3, \therefore \frac{9}{2} > \frac{1}{2}(6-3x) > -\frac{3}{2}$

$$\Rightarrow 5 > \frac{1}{2}(6-3x) + \frac{1}{2} > -1 \Rightarrow 5 > P > -1.$$

- (D) 10. 已知山路長 $x$ 公里，若上山每小時走3公里，沿原路下山每小時走5公里，且上山與下山的來回時間不超過6小時，則根據題意可以列出下列哪一



個不等式？(A)  $3x + 5x < 6$  (B)  $3x + 5x \leq 6$  (C)  $\frac{x}{3} + \frac{x}{5} < 6$  (D)  $\frac{x}{3} + \frac{x}{5} \leq 6$ 。