

Unit 3 數的四則運算與科學記號

能力指標：◎ (N-3-11) 能理解負數的特性並熟練正負數（含小數、分數）的四則運算。

◎ (N-3-11) 能判別兩數加、減、乘、除的正負結果並算出其值。

◎ (N-3-02) 能以最大公因數、最小公倍數熟練運用至約分、擴分、最簡分數的計算。

◎ (N-3-12) 能理解底數為整數且指數為非負整數的運算。

◎ (N-3-13) 能用以十為底的指數表達大數或小數。

能力一：有理數的四則運算

一、整數：整數（ Z ）係指在有理數中非分數的數，其由正整數、負整數及零（0）所構成。

二、分數：分數係指在有理數（ Q ）中可表示成 $\frac{a}{b}$ ($a, b \in Z, b \neq 0$)，其中 a 稱為分子， b 稱為分母，其種類可分為真分數、假分數及帶分數。

（一）分數的種類：

1. 真分數：分子比分母小的數稱為真分數。例如： $\frac{3}{4}$ 。
2. 假分數：分母比分子小的數稱為假分數。例如： $\frac{7}{5}$ 。
3. 帶分數：將假分數化成整數與真分數的和稱為帶分數。例如：

$$\frac{5}{3} = 1 + \frac{2}{3} = 1\frac{2}{3}。$$

（二）分數的基礎運算

1. 擴分：一個分數的分子與分母同時乘以一個不是 0 的整數，這種步驟叫做擴分，擴分後的分數與原來分數的值相等。例如： $\frac{3}{5} = \frac{3 \times 2}{5 \times 2} = \frac{6}{10}$ ， $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$
2. 約分：一個分數的分子與分母同時除以它們的公因數，這種步驟叫做約分。約分後的分數與原來的分數相等。例如： $\frac{14}{24} = \frac{14 \div 2}{24 \div 2} = \frac{7}{12}$ ， $\frac{7}{12} = \frac{14}{24}$ 。
3. 最簡分數：一個分數的分子與分母互質，這種分數就是最簡分數。一個分數可以利用約分將此分數化成最簡分數。例如： $\frac{13}{17}$ ， $\frac{13}{25}$ 等。

（三）分數的加減運算

1. 分母相同時：直接將分子相加減再化成最簡分數。

- 分母不同時：先通分化為同分母，再加減。
- 遇帶分數時：先把帶分數化成假分數再相加或相減，也可以整數部分與分數部分，分別相加或相減，再合併。

例如：① $\frac{3}{4} + \frac{7}{4} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$ 。

② $\frac{3}{7} - \frac{4}{5} = \frac{(3 \times 5) - (7 \times 4)}{7 \times 5} = \frac{-13}{35}$

③ $1\frac{5}{7} + 2\frac{3}{4} = \begin{cases} A. \Rightarrow 1 + 2\left(\frac{5}{7} + \frac{3}{4}\right) = 3\left(\frac{41}{28}\right) = 4\frac{13}{28} \\ B. \Rightarrow \frac{12}{7} + \frac{11}{4} = \frac{48 + 77}{28} = \frac{125}{28} = 4\frac{13}{28} \end{cases}$

(四) 分數的乘除運算

- 分數相乘時，把分子相乘做為新分子，分母相乘做為新分母，所得的新分數就是分數的乘積。
- 幾個分數相乘，如果分子和分母之間有公因數，可以先約去公因數再相乘。
- 幾個分數相乘時，帶分數應先化成假分數後再相乘。
- 倒數：一個分數的分子不等於 0，將它的分子與分母互調，所得新的分數就是原分數的倒數。若有兩分數其乘積等於 1，此兩數必互為倒數。**(提醒：一個不等於 0 的數，其倒數與其相反數的乘積必為 -1。)**

(五) 分數的大小比較

- 此分數為正數時，化為同分母再比較分子的大小，若分子愈大，則此分數愈大。
- 此分數為正數時，化為同分子再比較分母的大小，若分母愈大，則此分數愈小。
- 此分數為負數時的大小比較，可先比較其絕對值的大小，加上負號後其大小剛好相反。

口訣：子同母大大；母同子大小。

(分子相同時分母愈大其值愈大；分母相同時分子愈大其值愈小。)

例如： $\frac{2}{3}$ 與 $\frac{2}{5}$ 的大小比較。因為分子相同時分母愈大其值愈大，所以 $\frac{2}{3} < \frac{2}{5}$ 。

三、小數：小數係指運用十進位制將任一實數 (\mathbb{R}) 表示為 **a.b** 的形式，其中「a」稱為小數點前的數，「b」稱為小數點後的數，「•」稱為小數點。

(一) 小數的種類：

- 有限小數：(分母僅含有 2 和 5 的因數)
 - 純小數：係指小數點前的數為 0。例如：0.0036。
 - 帶小數：係指小數點前的數為不含 0 的整數。例如：3.034。

2. 無限小數：(分母含有非 2 和非 5 的因數)

① 循環小數：係指小數點後的數有規律的循環。

例如： $0.31456565656 = 0.314\overline{56}$ 。

② 不循環的無限小數：係指小數點後的數不循環且無限的數，並且該數無法化為分數形式，又稱為無理數。例如： $\pi = 3.141592\text{K}$ ， $\sqrt{2} = 1.414\text{K}$ 。

(二) 小數化分數

1. 有限小數型：將有限小數化為有理數(分數型)，再擴分去掉小數點，最後約分求最簡分數。例如： $3.124 = \frac{3.124}{1} = \frac{3.124 \times 1000}{1000} = \frac{3124}{1000} = \frac{781}{250}$

2. 循環小數型：國中課程尚未介紹，故省略。

二、有理數(Q)的四則運算規律(以符號表示)：

(1) 交換律(限用於加、乘法)

$$\begin{array}{|l} a+b=b+a \\ a \times b=b \times a \end{array} \quad \text{Ex: } \begin{array}{l} 3+2=2+3, \quad (-2)+3=3+(-2) \\ 3 \times 2=2 \times 3, \quad (-2) \times 3=3 \times (-2) \end{array}$$

(2) 結合律(限用於加、乘法)

$$\begin{array}{|l} (a+b)+c=a+(b+c) \\ (a \times b) \times c=a \times (b \times c) \end{array} \quad \text{Ex: } \begin{array}{l} (2+3)+5=2+(3+5), \quad [(-2)+3]+(-5)=(-2)+[3+(-5)] \\ (2 \times 3) \times 5=2 \times (3 \times 5), \quad [(-2) \times 3] \times (-5)=(-2) \times [3 \times (-5)] \end{array}$$

(3) 分配律(±法 v.s. ×法；±法 v.s. ÷法)

$$\begin{array}{|l} (a \pm b) \times c = c \times (a \pm b) = a \times c \pm b \times c \\ (a \pm b) \div c = a \div c \pm b \div c \\ \text{[注意: } c \div (a \pm b) \neq c \div a \pm c \div b \text{]} \end{array}$$

$$\text{Ex: } \begin{array}{l} (2 \pm 3) \times 5 = 2 \times 5 \pm 3 \times 5 \\ (2 \pm 3) \div 5 = 2 \div 5 \pm 3 \div 5 \end{array}$$

(4) 單位元素律

$$\begin{array}{|l} a+0=0+a=a \\ a \times 1=1 \times a=a \end{array}$$

【整數的交換律及結合律運算】

講解 1：

請計算下列各式：

(1) $163+337+345=?$

(2) $969+(-1047)+847=?$

(3) $567+1806-367=?$

(4) $150 \times 33 \times 6 = ?$

(5) $25000 \times 11 \times (-24) = ?$

解：

(1) 原式 = $(163 + 337) + 345 = 845$

(2) 原式 = $969 + [(-1047) + 847] = 969 + (-200) = 769$

(3) 原式 = $[567 + (-367)] + 1806 = 200 + 1806 = 2006$

(4) 原式 = $(150 \times 6) \times 33 = 29700$

(5) 原式 = $[25000 \times (-24)] \times 11 = -6600000$

練習一：

請計算下列各式：

(1) $293 + 507 + 11111 = ?$

(2) $(-11) + (-2008) + 1908 = ?$

(3) $12321 + 221 - 321 = ?$

(4) $404 \times 3 \times 11 = ?$

(5) $4000 \times 12 \times (-25) = ?$

解：

(1) 原式 = $(293 + 507) + 11111 = 11911$

(2) 原式 = $(-11) + [(-2008) + 1908] = (-11) + (-100) = -111$

(3) 原式 = $[12321 + (-321)] + 221 = 12221$

(4) 原式 = $(404 \times 11) \times 3 = 13332$

(5) 原式 = $[4000 \times (-25)] \times 12 = -1200000$

【分數的交換律及結合律運算】

講解二：

請計算下列各式：

① $\frac{13}{11} \times 18 + \frac{13}{11} \times 12 - \frac{13}{11} \times 7 - \frac{13}{11} = ?$

② $4\frac{13}{48} \div (\frac{13}{18} + \frac{5}{12}) \div \frac{27}{64} = ?$

Sol) ① 原式 = $\frac{13}{11} \times (18 + 12 - 7 - 1) = \frac{13}{11} \times 22 = 26$

② 原式 = $\frac{205}{48} \div (\frac{26}{36} + \frac{15}{36}) \times \frac{64}{27} = \frac{80}{9}$

練習二：

請計算下列各式：

① $\frac{17}{23} \times 11\frac{1}{2} \div (2\frac{1}{5} + 1\frac{1}{5}) = ?$

$$\textcircled{2} \left(1 + \frac{1}{2}\right) \times \left(1 + \frac{1}{3}\right) \times \left(1 + \frac{1}{4}\right) \times \dots \times \left(1 + \frac{1}{100}\right) = ?$$

sol)

$$\textcircled{1} \text{ 原式} = \frac{17}{23} \times \frac{23}{2} \div \left(\frac{11}{5} + \frac{6}{5}\right) = \frac{17}{2} \div \frac{17}{5} = \frac{17}{2} \times \frac{5}{17} = \frac{5}{2}$$

$$\textcircled{2} \text{ 原式} = \frac{3}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{5}{4} \times \dots \times \frac{101}{100} = \frac{101}{2}$$

【分數與小數的四則運算】

講解三：

請計算下列各式：

$$\textcircled{1} \text{ 計算：} 1\frac{3}{4} \div [3 \times (1.6 + 5 \div 3)] \times 4 = ?$$

$$\textcircled{2} \text{ 計算：} 0.5 \div \left[\left(\frac{1}{3} + 0.4\right) \times \frac{3}{11}\right] = ?$$

Sol)

$$\textcircled{1} \text{ 原式} = \frac{7}{4} \div \left[3 \times \left(\frac{16}{10} + \frac{5}{3}\right)\right] \times 4 = \frac{7}{4} \div \left(3 \times \frac{49}{15}\right) \times 4 = \frac{7}{4} \times \frac{5}{49} \times 4 = \frac{5}{7}$$

$$\textcircled{2} \text{ 原式} = \frac{1}{2} \div \left[\left(\frac{1}{3} + \frac{2}{5}\right) \times \frac{3}{11}\right] = \frac{1}{2} \div \left(\frac{11}{15} \times \frac{3}{11}\right) = \frac{1}{2} \times 5 = \frac{5}{2}$$

練習三：

請計算下列各式：

$$\textcircled{1} \text{ 計算：} 1\frac{2}{3} \div \left[\left(0.5 - \frac{1}{4}\right) \div \frac{21}{44} \times \frac{7}{11}\right] = ?$$

$$\textcircled{2} \text{ 計算：} 14\frac{1}{5} - \left(3\frac{1}{2} \div \frac{2}{3} + 0.5\right) = ?$$

Sol)

$$\textcircled{1} \text{ 原式} = \frac{5}{3} \div \left[\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right) \times \frac{44}{21} \times \frac{7}{11}\right] = \frac{5}{3} \div \left[\frac{1}{4} \times \frac{4}{3}\right] = \frac{5}{3} \times 3 = 5$$

$$\textcircled{2} \text{ 原式} = \frac{71}{5} - \left(\frac{7}{2} \times \frac{3}{2} + \frac{1}{2}\right) = \frac{71}{5} - \left(\frac{21}{4} + \frac{1}{2}\right) = \frac{71}{5} - \frac{46}{8} = \frac{71}{5} - \frac{23}{4} = \frac{169}{20} = 8\frac{9}{20}$$

【數的四則運算應用題】

講解四：

已知一年 18 班的人數大於 20 人且不滿 50 人，在第一次段考數學科分數，80 分以上的人數恰好佔全班人數的 $\frac{1}{4}$ ，70 幾分的人數恰好佔全班人數的 $\frac{1}{2}$ ，60 幾分的人數恰好佔全班人數的 $\frac{1}{5}$ ，請問不及格的人數應為幾人呢？

Sol)

$$\text{不及格人數} = 1 - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{5} \right) = 1 - \frac{19}{20} = \frac{1}{20},$$

$$\text{設不及格人數有 } x \text{ 人, } 20 \times \frac{1}{20} < x < 50 \times \frac{1}{20}, x = 2(\text{人})$$

答：2 人

練習五：

櫻怡、良宜、宇倫、育杰等四人合資 10000 元開店，良宜出全部資金的 $\frac{2}{5}$ ，櫻怡的資金是良宜的 $\frac{3}{4}$ ，宇倫出的資金是櫻怡的 $\frac{1}{3}$ ，剩下的資金由育杰出，則育杰出多少錢呢？

Sol)

$$\text{良宜} = \frac{2}{5}, \text{櫻怡} = \frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{10}, \text{宇倫} = \frac{3}{10} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{10},$$

$$\text{育杰出資} = 10000 \times \left[1 - \left(\frac{2}{5} + \frac{3}{10} + \frac{1}{10} \right) \right] = 2000 \text{ (元)}$$

答：2000 元

十分鐘即時練習：

- (B) 1. 台灣高鐵每天早上 5:30 從台北車站發第一班車，已知早上 7:00~9:00 的時段，每 6 分鐘就發一班車，其他時段每 10 分鐘發一班車。請問台灣高鐵於 7:34~9:34 共發了幾班車呢？ (A) 16 (B) 18 (C) 20 (D) 22。
- (B) 2. $\frac{1}{4} + 7\frac{1}{2} \times \frac{3}{5} = ?$ (A) $\frac{19}{8}$ (B) $\frac{19}{4}$ (C) $\frac{19}{16}$ (D) $\frac{19}{2}$ 。
- (A) 3. 已知牛仔褲的成本為每件 400 元，且店家依成本加三成作為定價。若褲架上標示售價為定價的 20% OFF，則每件物品可賺多少元？ (A) 16 元 (B) 18 元 (C) 20 元 (D) 24 元。
- (C) 4. 育安從家裡到學校的上學途中，走了全程的 $\frac{1}{3}$ 到達育平蛋糕店，又走了剩餘路程的 $\frac{1}{3}$ 到達小華文具店。問文具店到學校的路程為全程的幾分之幾？ (A) $\frac{8}{9}$ (B) $\frac{6}{9}$ (C) $\frac{4}{9}$ (D) $\frac{2}{9}$ 。
- (B) 5. 若 $2\frac{2}{9} + 3\frac{5}{6} + 4\frac{7}{12}$ 的值可化為最簡分數 $\frac{n}{m}$ ，下列敘述何者正確？ (A) m、n 均為質數 (B) m+n 為質數 (C) m+n 為 3 的倍數 (D) m+n 為 5 的倍數。

能力二：指數記法與指數律

一、指數記法

指數又名為次方，係指某相同整數其乘積的次數。

若 $a, n \in \mathcal{C}$ ， a 稱為底數， n 稱為指數，指數記法如下所示：

$$a^n = \overbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}^{n \text{ 次}}$$

二、指數律

(一) 設 a, b 為二實數 (\mathcal{R})， m, n 為二整數 (\mathcal{Z})，則其有下列規律：

$$1. a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$2. (a^m)^n = a^{m \times n}$$

$$3. a^n \times b^n = (a \times b)^n$$

(二) 設 a 為實數 (\mathcal{R})， m, n 為整數 (\mathcal{Z})，且 $m > n$ ，則其有下列規律：

$$1. a > 1 \Rightarrow a^m > a^n$$

$$2. 0 < a < 1 \Rightarrow a^m < a^n$$

(三) 設 a, b 為實數 (\mathcal{R}) 且不為 0，且 $m > n > 0$ ，則其有下列規律：

$$1. a^m \div a^n = a^{m-n}$$

$$2. a^n \div a^m = \frac{a^n}{a^m} = \frac{1}{a^{m-n}}$$

$$3. a^m \div b^m = \left(\frac{a}{b}\right)^m$$

$$4. a^{-n} = \frac{1}{a^n}, (a \neq 0, n \in \mathcal{Z})$$

$$5. a^m \div a^m = 1 \Rightarrow a^m \div a^m = a^{m-m} = a^0 \Rightarrow a^0 = 1 (a \neq 0)$$

(四) 指數的奇、偶性質與底數正、負數的關係

$$1. 2^2 = 2 \times 2 = 4, \quad (2)^2 = 2 \times 2 = 4, \\ -2^2 = -2 \times 2 = -4, \quad (-2)^2 = (-2) \times (-2) = 4$$

$$2. 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8, \quad (2)^3 = (2) \times (2) \times (2) = 8, \\ -2^3 = -2 \times 2 \times 2 = -8, \quad (-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2) = -8$$

(五) 帶有指數之數的大小比較

1. 指數相同，底數愈大，該數值愈大；反之亦同。

2. 底數相同，指數愈大，該數值愈大；反之亦同。
3. 比較大小時，先把【指數】或【底數】化成相同數，再進行比較。

【指數律的運算】

講解一：

請計算下列各式的值為何呢？

- ① $(-1)^2 + (-1)^3 + (-1)^4$ ② $(-1^2) + (-1^3) + (-1^4)$ ③ $(-1)^2(-1)^3(-1)^4$
- ④ $(-1^2)(-1^3)(-1^4)$ 。

Sol)

$$(1)(-1)^2 + (-1)^3 + (-1)^4 = 1 + (-1) + 1 = 1$$

$$(2)(-1^2) + (-1^3) + (-1^4) = (-1) + (-1) + (-1) = (-3)$$

$$(3)(-1)^2(-1)^3(-1)^4 = 1 \cdot (-1) \cdot 1 = (-1)$$

$$(4)(-1^2)(-1^3)(-1^4) = (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = (-1)$$

練習一：

請計算下列各式的值為何呢？

- ① $(101 - 2 \times 50)^{100} + (3 \times 120)^0 + \left(\frac{1}{4} - \frac{3}{2} \times \frac{1}{6}\right)^{50}$
- ② $(15 - 22)^3 \div (9 - 16)^2 - (3 - 4)^2 \times (3^2 - 4^2)$
- ③ $456^2 - 455 \times 457 + 458 \times 459 - 457 \times 460$

$$\text{Sol)(1)} \quad (101 - 2 \times 50)^{100} + (3 \times 120)^0 + \left(\frac{1}{4} - \frac{3}{2} \times \frac{1}{6}\right)^{50}$$

$$= (1)^{50} + 1 + 0 = 2$$

$$(2) \quad (15 - 22)^3 \div (9 - 16)^2 - (3 - 4)^2 \times (3^2 - 4^2)$$

$$= (-7)^3 \div (-7)^2 - 1 \times (-7) = (-7)^3 \times (-7)^{-2} + 7 = (-7) + 7 = 0$$

$$(3) \quad 456^2 - 455 \times 457 + 458 \times 459 - 457 \times 460$$

$$= 456^2 - (456 - 1)(456 + 1) + (458.5 - 0.5)(458.5 + 0.5) - (458.5 - 1.5)(458.5 + 1.5)$$

$$= 456^2 - (456^2 - 1) + (458.5^2 - 0.5^2) - (458.5^2 - 1.5^2)$$

$$= 456^2 - 456^2 + 1 + 458.5^2 - 0.5^2 - 458.5^2 + 1.5^2$$

$$= 1 - 0.5^2 + 1.5^2 = 1 + (1.5 - 0.5)(1.5 + 0.5) = 1 + 2 = 3$$

【指數律的比較大小】

講解二：

請比較下列各數的大小關係為何？

① 2^{105} , 3^{70} , 5^{35} ② 64^5 , $(2^5)^6$, 8×32 ③ $(0.7)^3$, $(0.7)^5$, $(0.7)^7$

sol) (1) $2^{105} = 2^{3 \times 35} = (2^3)^{35}$, $3^{70} = 3^{2 \times 35} = (3^2)^{35}$

$$8^{35}, 9^{35}, 5^{35} \Rightarrow 5^{35} < 8^{35} < 9^{35} \Rightarrow 5^{35} < 2^{105} < 3^{70}$$

(2) $64^5 = (2^6)^5 = 2^{30}$, $(2^5)^6 = 2^{30}$, $8 \times 32 = 2^3 \times 2^5 = 2^8$

$$2^{30} > 2^8 \Rightarrow 64^5 > (2^5)^6 > 8 \times 32$$

(3) $\because 0.7 < 1$, $\therefore (0.7)^3 > (0.7)^5 > (0.7)^7$

練習二：

請比較下列各數的大小關係為何？

① 3^{42} , 7^{14} , 5^{28} ② 49^{10} , $(7^5)^3$, 7×343 ③ $(0.2)^{-3}$, $(0.2)^{-5}$, $(0.2)^{-7}$

sol) (1) $3^{42} = (3^3)^{14} = 9^{14}$, $5^{28} = (5^2)^{14} = 25^{14} \Rightarrow 25^{14} > 9^{14} > 7^{14} \Rightarrow 5^{28} > 3^{42} > 7^{14}$

(2) $49^{10} = (7^2)^{10} = 7^{20}$, $(7^5)^3 = 7^{15}$, $7 \times 343 = 7 \times 7^3 = 7^4$

$$7^4 < 7^{15} < 7^{20} \Rightarrow 7 \times 343 < (7^5)^3 < 49^{10}$$

(3) $\because 0.2 < 1$, $\therefore 0.2^3 > 0.2^5 > 0.2^7 \Rightarrow 0.2^{-3} < 0.2^{-5} < 0.2^{-7}$

十分鐘即時練習：

(C) 1. 試比較 $a = (-0.5)^2$, $b = (-0.5^3)$, $c = (-0.5^4)$, $d = (-0.5)^5$ 的大小為何？(A) $a > b > c > d$ (B) $c > a > b > d$ (C) $a > d > c > b$ (D) $a > c > d > b$ (B) 2. 試計算 $-4^2 - (-3)^2 \div \left[\left(\frac{1}{3}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times 6 \right]$ 之值為何？(A) $-9\frac{18}{13}$ (B) 18(C) $9\frac{18}{13}$ (D) -18(B) 3. 若有一式為 $-3 \times 3 \times 3 \times 3$ ，可簡記為下列哪一數呢？(A) $(-3)^4$ (B) -3^4 (C) $(-3)^3$ (D) -3^3 (B) 4. 下列敘述何者錯誤？(A) 7 個 7 相加等於 7^2 (B) $(7+3)^2 - (7-3)^2 = 7^2$

- (C) 7 個 7 相乘等於 7^7 (D) $100^2 - 99^2 = 2 \times 99 + 1$
- (B) 5. 下列哪一個式子其值與 $(-2)^3$ 相等? (A) $(-2) \times (-3)$ (B) $-(2 \times 2 \times 2)$
(C) $(-2) + (-2) + (-2)$ (D) $(-2) \times 3$

能力三：十進位制與科學記號

一、十進位制

名稱(位)	兆	億	萬	千	百	十	個
換算	10^{12}	10^8	10^4	10^3	10^2	$10^1 = 10$	$10^0 = 1$
名稱(位)	十分	百分	千分	萬分	十萬分	百萬分	千萬分
換算	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-7}	10^{-8}

eg :

- ① 123456789 此數中「3」為百萬位，表示為 3 個百萬。
- ② 123.456789 此小數中「8」為負五分位，表示為 8 個十萬分之一。

二、科學記號

(一) 科學記號的表示法

設 n 為非零的整數，其科學記號的表示法如下所示：

$$n = a \times 10^m \quad (1 \leq |a| < 10, m \in \mathcal{Z})$$

(二) 科學記號與位數關係

1. $m \in \mathcal{Z}^+$ (正數), 則 n 的整數位數為 $m+1$ 位。
2. $m = 0$, 則 n 的整數位數只有一位。
3. $m \in \mathcal{Z}^-$ (負數), 則 n 的小數點後到第一個不是 0 的數之間有 $|m+1|$ 個 0。

【十進位制與科學記號】

講解一：

- ① $2\text{萬} \times 3\text{萬} \times 4\text{萬} = a\text{萬}$ ，請問 $a = ?$
- ② 999×189 為多少？共有幾位數呢？
- ③ 十兆減拾萬等於多少呢？（請用科學記號表示）

sol)

$$\textcircled{1} 2\text{萬} \times 3\text{萬} \times 4\text{萬} = (2 \times 3 \times 4\text{萬萬})\text{萬}, a = 24\text{萬萬} = 24\text{億}$$

$$\textcircled{2} 999 \times 189 = (1000 - 1) \times 189 = 189000 - 189$$

② Q $189000 = 1.89 \times 10^5$ 為六位數, $\therefore 999 \times 189$ 也是六位數

$$\begin{aligned} \text{十兆} &= 1 \times 10^{13}, \text{十萬} = 1 \times 10^5, \\ \textcircled{3} \quad 1 \times 10^{13} - 1 \times 10^5 &= 1 \times 10^5 \times 10^8 - 1 \times 10^5 = (10^8 - 1) \cdot (1 \times 10^5) \\ &= 99999999 \times 10^5 = 9.9999999 \times 10^{12} \end{aligned}$$

練習一：

- ① 有一數為 32.43，請問十位的「3」所代表的值是百分位的「3」所代表的值的幾倍呢？
- ② $1 \times 10^a + 2 \times 10^b + 3 \times 10^c + 4 \times 10^d = 24130$ ，且 $a \neq b \neq c \neq d$ ，請問 $a+b+c+d=?$
- ③ $2^{1999} \times 5^{1989}$ 是幾位數呢？

Sol)

$$\textcircled{1} \text{ 原式} = \frac{3 \times 10^1}{3 \times 10^{-2}} = 10^3 = 1000 (\text{倍})$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad 24130 &= 2 \times 10^4 + 4 \times 10^3 + 1 \times 10^2 + 3 \times 10^1 \\ &= 1 \times 10^a + 2 \times 10^b + 3 \times 10^c + 4 \times 10^d \end{aligned}$$

對照後可知 $a=2, b=4, c=1, d=3$

$$a+b+c+d = 2+4+1+3 = 10$$

$$\textcircled{3} \quad 2^{1999} \times 5^{1989} = 2^{10} \times (2 \times 5)^{1989} = 1024 \times 10^{1989} = 1.024 \times 10^{1992}, \text{有} 1993 \text{位數}$$

【科學記號的四則運算】

講解二：

已知 $A = 3.5 \times 10^{15}$ ， $B = 2.1 \times 10^{14}$ ，請計算下列各式，並以科學記號表示之。

$$\textcircled{1} \quad 6A \pm 3B \quad \textcircled{2} \quad 4A \times 3B$$

sol)

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad 6A \pm 3B &= 6(3.5 \times 10^{15}) \pm 3(2.1 \times 10^{14}) \\ &= 21 \times 10^{15} \pm 6.3 \times 10^{14} = 210 \times 10^{14} \pm 6.3 \times 10^{14} \\ &= (210 \pm 6.3) \times 10^{14} = \begin{cases} 216.3 \times 10^{14} = 2.163 \times 10^{16} \\ 203.7 \times 10^{14} = 2.037 \times 10^{16} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad 4A \times 3B &= 4 \times (3.5 \times 10^{15}) \times 3 \times (2.1 \times 10^{14}) \\ &= 14 \times 6.3 \times 10^{15+14} = 88.2 \times 10^{29} = 8.82 \times 10^{30} \end{aligned}$$

練習二

已知 $A = 1.23 \times 10^{12}$ ， $B = 1.599 \times 10^{10}$ ，請計算下列各式，並以科學記號表示之。

$$\textcircled{1} \quad \frac{1}{3}A - \frac{1}{6}B \quad \textcircled{2} \quad 13A \div B$$

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \frac{1}{3}A - \frac{1}{6}B &= \frac{1}{3}(1.23 \times 10^{12}) - \frac{1}{6}(1.599 \times 10^{10}) = 0.41 \times 10^{12} - 0.2665 \times 10^{10} \\ &= 0.41 \times 10^{12} - 0.2665 \times 10^{10} = (41 - 0.2665) \times 10^{10} = 40.7335 \times 10^{10} = 4.07335 \times 10^{11} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} 13A \div B &= 13 \times (1.23 \times 10^{12}) \div (1.599 \times 10^{10}) \\ &= \frac{15.99 \times 10^{12}}{1.599 \times 10^{10}} = 1 \times \left(\frac{10^{13}}{10^{10}} \right) = 1 \times 10^{13-10} = 1 \times 10^3 \end{aligned}$$

【科學記號的應用】

講解三

公益彩券選號共有 5240000 種組合，得到頭獎的機會是 $\frac{1}{5240000}$ ，錢臻多想中頭獎，決定買下 5240000 種組合，一組 50 元，他共要花幾元？（以科學記號表示）

sol) $50 \times 5240000 = 262000000$ (元) $= 2.62 \times 10^8$ (元)

練習三：

假設光速在真空中是每秒 3×10^8 公尺，1 天以 24 小時，1 年有 365 天來計算，天文學家發現有一顆新的星球距離地球 70000 光年，請問該星球距離地球幾公里？（以科學記號表示）

sol)

$$3 \times 10^8 \times 60 \times 60 \times 24 \times 365 \times 70000 = 9.4608 \times 10^{15} \times 70000 = 66.2256 \times 10^{19} = 6.62256 \times 10^{20}$$

(公尺) $= 6.62256 \times 10^{17}$ (公里)

十分鐘即時練習：

(D) 1. 計算 $3.52 \times 10^{-4} - 7.12 \times 10^{-5} + 5.12 \times 10^{-3} = ?$ (A) 4.5008×10^{-3} (B) 4.5008×10^{-4} (C) 54.008×10^{-4} (D) 5.4008×10^{-3} 。

Sol) 原式 $= 0.352 \times 10^{-3} - 0.0712 \times 10^{-3} + 5.12 \times 10^{-3} = (0.352 - 0.0712 + 5.12) \times 10^{-3} = 5.4008 \times 10^{-3}$

(A) 2. 計算 $0.000025 \times 10^{11} \times 64 + 0.95 \div (5 \times 10^{-8}) = ?$ (A) 3.5×10^7 (B) 3.5×10^{-7} (C) 3×10^7 (D) 3×10^8 。

Sol) $25 \times 10^{-6} \times 10^{-12} \times 64 + \frac{0.95}{5 \times 10^{-8}} = 16 \times 10^2 \times 10^{-6} \times 10^{11} + 0.19 \times 10^8 =$

$$1.6 \times 10^7 + 1.9 \times 10^7 = 3.5 \times 10^7$$

(C) 3. 台灣人口 2 千 3 百萬人，每年減少 5%，請問兩年後台灣人口是多少人？（請以科學記號表示）(A) 2.4255×10^7 人 (B) 2.4255×10^8 人 (C) 2.07575×10^7 人 (D) 2.07575×10^8 人。

sol) $23000000 \times (1-5\%) \times (1-5\%) = 20757500$ (人) $= 2.07575 \times 10^7$ (人)

(B) 4. x 為一個小數，其小數點向左移 3 位後記成科學記號是 3.54×10^{-7} ，則 x 的小數點向右移 2 位記成科學記號為何？(A) 3.54×10^{-3} (B) 3.54×10^{-2} (C) 3.54×10^{-1} (D) 3.54×10^3 。

Sol) $x = 3.54 \times 10^{-7} \times 10^3 = 3.54 \times 10^{-4} = 3.54 \times 10^{-4} \times 10^2 = 3.54 \times 10^{-2}$

(D) 5. 已知 1 奈米 (nm) $= 10^{-9}$ 米 (m)，那麼請求出 0.0636 公尺是幾奈米？(請以科學記號的形式表示)(A) 6.36×10^4 (B) 6.36×10^5 (C) 6.36×10^6 (D) 6.36×10^7 。

sol) $\frac{6.36 \times 10^{-2}}{10^{-9}} = 6.36 \times 10^7$ (奈米)

能力四：近似值與誤差

一、近似值與實際值

利用測量工具或描述某種數量時，在不可能或不必要作真正準確的描述時，我們可以用一個「很接近實際量」的數值表示，稱為近似值。而原本真正的數量，稱為實際值。

- ◎凡經過儀器（尺、秤等）測量所得的數量稱為近似值。
- ◎凡可直接以肉眼數出來的數量稱為實際值。

(一) 近似值的讀取：再讀取數量的近似值時，應就指定位數或單位的下一位數，依四捨五入法讀取。

(二) 由近似值求實際值範圍的步驟：

1. 找出最小測量單位

2. $(\text{近似值} - \frac{1}{2} \text{最小測量單位}) \leq \text{實際值} < (\text{近似值} + \frac{1}{2} \text{最小測量單位})$

$$(A - \frac{1}{2}U) \leq R < (A + \frac{1}{2}U) \dots\dots \text{公式}$$

二、誤差

近似值與實際值差的絕對值，稱為誤差 (E)。

(一) 絕對誤差與相對誤差：

① 絕對誤差係以 a (單位) $\pm b$ (單位) 表示。

eg: 300 (公克) ± 3 (公克)

② 相對誤差係以 a (單位) $\pm c\%$ 表示。

eg: 800 (公分) $\pm 2.5\%$

③絕對誤差與相對誤差的互換

$$a(\text{單位}) \pm b(\text{單位}) \Rightarrow a(\text{單位}) \pm \left(\frac{b}{a}\right) \times 100\%$$

$$a(\text{單位}) \pm c\% \Rightarrow a(\text{單位}) \pm (a \times c\%)(\text{克})$$

$$\text{eg: } \textcircled{1} 300(\text{g}) \pm 3(\text{g}) \Rightarrow 300(\text{g}) \pm \left(\frac{3}{300}\right) \times 100\%$$

$$\Rightarrow 300(\text{g}) \pm 1\%$$

$$\textcircled{2} 800(\text{cm}) \pm 2.5\% \Rightarrow 800(\text{cm}) \pm (800 \times 2.5\%)$$

$$\Rightarrow 800(\text{cm}) \pm 200(\text{cm})$$

【求實際值與範圍】

講解一：碩士書局最近販賣一種特別的直尺，它的最小單位是一般直尺（公分）的 5 倍，今天昆勳用這種特別的直尺，量書桌的長度為 30 單位，請問：

①此書桌的測量（定）值為何？（用公分表示）

②此書桌的實際值範圍（用公分表示）

（sol）

$$\textcircled{1} \text{測量值} = \text{近似值} = 5 \times 30 = 150(\text{公分})$$

$$\textcircled{2} \left(A - \frac{1}{2}U\right) \leq R < \left(A + \frac{1}{2}U\right)$$

$$150 - \frac{1}{2}(5) \leq R < 150 + \frac{1}{2}(5)$$

$$147.5(\text{公分}) \leq R < 152.5(\text{公分})$$

練習一：博士國中的校長宣稱該校有將近 5000 人，考上第一志願的人數大約有 250 人，若以一百人為計量單位，則該校的實際人數範圍為何？考上第一志願的人數最多有幾人？最少有幾人呢？

（sol）

$$\textcircled{1} \left(A - \frac{1}{2}U\right) \leq R < \left(A + \frac{1}{2}U\right)$$

$$5000 - \frac{1}{2}(100) \leq R < 5000 + \frac{1}{2}(100)$$

$$4950(\text{人}) \leq R < 5050(\text{人})$$

$$\textcircled{2} \left(A - \frac{1}{2}U\right) \leq R < \left(A + \frac{1}{2}U\right)$$

$$250 - \frac{1}{2} (100) \leq R < 250 + \frac{1}{2} (100)$$

$$200 (\text{人}) \leq R < 300 (\text{人})$$

最多有 299 (人)

最少有 200 (人)

【近似值與誤差的運算】

講解二：①請用四捨五入法取 $\frac{9}{17}$ 的近似值到小數第二位。

②承 (1)，此時的誤差為何？

(sol)

$$\textcircled{1} \frac{9}{17} = 0.5294117\cdots \quad 0.53$$

②誤差 = | 近似值 - 實際值 |

$$E = |A - R|$$

$$= \left| 0.53 - \frac{9}{17} \right| = \left| \frac{53}{100} - \frac{9}{17} \right| = \left| \frac{901 - 900}{1700} \right| = \left| \frac{1}{1700} \right| = \frac{1}{1700}$$

練習二：設 $\frac{17}{7}$ 以四捨五入法取到小數第一位的近似值為 a，取到小數第二位的近似值為 b，取到小數第三位的近似值為 c，則 a、b、c 三數的大小順序？a、b、c 三數何者最接近 $\frac{9}{7}$ 呢？

(sol)

$$\textcircled{1} \frac{17}{7} = 2.4285$$

$$\text{近似值} \begin{cases} a = 2.4 \\ b = 2.43 \\ c = 2.429 \end{cases}$$

$$b > c > a$$

②近似值愈接近實際值代表誤差值愈小。

$$E = |A - U|$$

$$E_a = \left| 2.4 - \frac{17}{7} \right| = \left| \frac{24}{10} - \frac{17}{7} \right| = \left| \frac{12}{5} - \frac{17}{7} \right| = \left| \frac{84 - 85}{35} \right| = \frac{1}{35}$$

$$E_b = \left| 2.43 - \frac{17}{7} \right| = \left| \frac{243}{100} - \frac{17}{7} \right| = \left| \frac{1701 - 1700}{700} \right| = \frac{1}{700}$$

$$E_c = \left| 2.429 - \frac{17}{7} \right| = \left| \frac{2429}{1000} - \frac{17}{7} \right| = \left| \frac{17003 - 17000}{7000} \right| = \frac{3}{7000}$$

E_c 最小，代表 c 值最接近 $\frac{9}{7}$ 。

※所取位數愈多愈接近實際值。

【近似值與誤差的應用】

講解三：①春暉專案生教組長對全班做尿液篩檢，規定尿液量須達 $50(\text{ml}) \pm 25\%$ ，則最多不可超過多少毫升 (ml)，最少不可低於多少毫升 (ml)？

②五十崗的珍珠奶茶，標示著 $500(\text{g}) \pm 15(\text{g})$ ，若以「相對誤差」標示，應如何標示？

(sol)

$$\textcircled{1} a \pm c\% \Rightarrow a \pm (a \times c\%)$$

$$50(\text{ml}) \pm 25\% \Rightarrow 50(\text{ml}) \pm (50 \times 25\%) \Rightarrow 50(\text{ml}) \pm 12.5(\text{ml})$$

$$\text{最多不可超過} \Rightarrow 62.5(\text{ml})；\text{最少不可低於} \Rightarrow 37.5(\text{ml})$$

$$\textcircled{2} a \pm b \Rightarrow a \pm \left(\frac{b}{a}\right) \times 100\%$$

$$500(\text{g}) \pm 15(\text{g}) \Rightarrow 500(\text{g}) \pm \left(\frac{15}{500}\right) \times 100\% \Rightarrow 500(\text{g}) \pm 3(\text{g})$$

練習三：①黑橋樑香腸的重量標示為 $1500(\text{g}) \pm 30(\text{g})$ ，黑坑道香腸的重量標示為 $1300(\text{g}) \pm 30(\text{g})$ ，則上述哪一牌香腸的「相對誤差」標示的百分比比較小呢？

②渴口可樂的重量標示為 $300(\text{ml}) \pm 10(\text{ml})$ ，百是可樂的重量標示為 $300(\text{ml}) \pm 5\%$ ，請問哪一牌的可樂誤差較大呢？

(sol)

$$\textcircled{1} a \pm b \Rightarrow a \pm \left(\frac{b}{a}\right) \times 100\%$$

$$1500(\text{g}) \pm 30(\text{g}) \Rightarrow 1500(\text{g}) \pm \left(\frac{30}{1500}\right) \times 100\% \Rightarrow 1500(\text{g}) \pm 2\% \quad (\text{小})$$

$$1300(\text{g}) \pm 30(\text{g}) \Rightarrow 1300(\text{g}) \pm \left(\frac{30}{1300}\right) \times 100\% \Rightarrow 1300(\text{g}) \pm 2.3\% \quad (\text{大})$$

Ans：黑橋樑香腸

$$\textcircled{2} a \pm c\% \Rightarrow a \pm (a \times c\%)$$

$$300 \text{ (ml)} \pm 5\% \Rightarrow 300 \text{ (ml)} \pm (300 \times 5\%) \Rightarrow 300 \text{ (ml)} \pm 15 \text{ (ml)}$$

Ans：百是可樂

十分鐘即時練習：

- (C) 1. 以完全捨去法新取近似值到萬位再計算，則 $34508765+12445033$ 為何呢？(A) 49600000 (B) 46960000 (C) 46940000 (D) 46950000。
- (A) 2. 蘋果每公斤 37 元，購買 9753 公斤，分別以百元、千元、萬元為單位，四捨五入後所取的三種概數中，以多少為單位，會最接近實際值呢？(A) 百元 (B) 千元 (C) 萬元 (D) 一樣接近。
- (D) 3. 一張桌子用最小刻度單位是 1 公分的尺去量，其測量值（近似值）為 225 公分，請問其實際值 x 的範圍為何呢？(A) $224.5 < x < 225.5$ (B) $224.5 < x \leq 225.5$ (C) $224.5 \leq x \leq 225.5$ (D) $224.5 \leq x < 225.5$
- (C) 4. 若以最小刻度為 1 度的量角器量 $\angle A$ 時，使用四捨五入法量出 $\angle A$ 的近似值為 53° ，請問 $\angle A$ 實際值的範圍為何呢？(A) $52^\circ < \angle A < 54^\circ$ (B) $52.5^\circ \leq \angle A \leq 53.4^\circ$ (C) $52.5^\circ \leq \angle A < 53.5^\circ$ (D) $52.6^\circ < \angle A < 53.5^\circ$ 。
- (C) 5. 設甲、乙分別四捨五入之後的值為 20.1 及 20.10，則甲+乙的最小值為何呢？(A) 40 (B) 40.044 (C) 40.145 (D) 40.2。

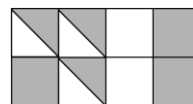
sol) $20.1 - 0.05 \leq \text{甲} < 20.1 + 0.05$

$$20.10 - 0.005 \leq \text{乙} < 20.10 + 0.005$$

$$\text{甲} + \text{乙} \text{ 最小值} = 20.05 + 20.095 = 40.145$$

【基本觀念題】

- (D) 1. 如右圖，將矩形分成八塊大小相同的正方形，則斜線



區域面積與原長方形面積的比值為何？(A) $\frac{1}{2}$

(B) $\frac{5}{16}$ (C) $\frac{7}{16}$ (D) $\frac{9}{16}$ 。

- (C) 2. 在下列選項中，最接近 $2\frac{1}{2} + 3\frac{2}{3} + 4\frac{3}{4} + 5\frac{4}{5}$ 的值為何？(A) 15 (B) 16 (C) 17 (D) 18。

- (C) 3. $980 \times 12.5 = 980 \times (\square \div 8) = 980 \div 8 \times \triangle = \text{甲}$ ，則 (A) $\square + \triangle = 1000$ (B) 甲 = 12500 (C) $\square \times 2 = 200$ (D) $(\square + \triangle) \times 2 = 2000$ 。

- (B) 4. 如果有四數 m, n, a, b 皆為自然數，則 $\frac{m}{n} \div \frac{a}{b} =$ (A) $\frac{m}{n} \times \frac{a}{b}$ (B) $\frac{m \times b}{n \times a}$

(C) $\frac{m \div a}{n \times b}$ (D) $\frac{m}{n} \div a \div b$ 。

- (C) 5. $(2\frac{1}{3})^2 \div (\frac{7}{15})^2 \times (\frac{3}{5})^2 = ?$ (A) 3 (B) 6 (C) 9 (D) 12。
- (A) 6. 設 $a > 0$ 、 $b > 0$ 、 $c > 0$ ，下列何者正確？ (A) $a \div (b-c) = a \times \frac{1}{b-c}$ (B) $a \div (b-c) = a \times \frac{1}{b} + a \times \frac{1}{c}$ (C) $a \div (b-c) = a \times \frac{1}{b} - a \times \frac{1}{c}$ (D) $a \div (b-c) = a \times \frac{1}{b+c}$ 。
- (B) 7. 試計算 $10^{23} \times 10^{-19} \div 10^{-3} = ?$ (A) 10 (B) 10^7 (C) 10^{35} (D) 10^{49}
- (C) 8. 若 $A = (\frac{1}{2})^{20}$ ， $B = (\frac{1}{4})^{12}$ ， $C = (\frac{1}{8})^6$ ，則 A、B、C 三數的大小為何？ (A) $B > C > A$ (B) $A > B > C$ (C) $C > A > B$ (D) $C > B > A$
- (B) 9. 若 $a = -1\frac{1}{2}$ ，則 a 、 a^2 、 $\frac{1}{a}$ 、 $(\frac{1}{a})^2$ 四數中，值最大的是哪一個呢？ (A) a (B) a^2 (C) $\frac{1}{a}$ (D) $(\frac{1}{a})^2$
- (B) 10. x 的 $\frac{1}{2}$ 的 $\frac{2}{3}$ 的 $\frac{3}{4}$ 的 $\frac{4}{5}$ 是 210，則 x 的 $\frac{1}{5}$ 是多少？ (A) 105 (B) 210 (C) 315 (D) 420。

【溫故歷屆基測試題】

- (B) 1. 若「 \oplus 」是一個對於 1 與 0 的新運算符號，且其運算規則如下： $1 \oplus 1 = 0$ ， $1 \oplus 0 = 1$ ， $0 \oplus 1 = 1$ ， $0 \oplus 0 = 0$ ，則下列四個運算結果哪一個是正確的？ (A) $(1 \oplus 1) \oplus 0 = 1$ (B) $(1 \oplus 0) \oplus 1 = 0$ (C) $(0 \oplus 1) \oplus 1 = 1$ (D) $(1 \oplus 1) \oplus 1 = 0$ 。【90.基測一】
- (B) 2. 計算 $(-12) + (-18) \div (-6) - (-3) \times 2$ 之值為何？ (A) -15 (B) -3 (C) 11 (D) 16。【95.基測一】
- (B) 3. 下列何者為 $\frac{2}{25}$ 的科學符號(即科學記號)？ (A) 8×10^{-1} (B) 8×10^{-2} (C) 2.3×10^{-1} (D) 2.3×10^{-2} 。【95.基測一】
- (D) 4. 下列哪一個式子是錯誤的？ (A) $\frac{2}{25} + \frac{3}{35} + \frac{4}{45} = \frac{3}{35} + \frac{2}{25} + \frac{4}{45}$ (B) $\frac{2}{25} - \frac{3}{35} - \frac{4}{45} = \frac{2}{25} - \frac{4}{45} - \frac{3}{35}$ (C) $\frac{2}{25} \times \frac{3}{35} \times \frac{4}{45} = \frac{4}{45} \times \frac{3}{35} \times \frac{2}{25}$

$$\frac{2}{25} \text{ (D) } \frac{2}{25} \div \frac{3}{35} \div \frac{4}{45} = \frac{3}{35} \div \frac{2}{25} \div \frac{4}{45} \circ \text{【95.基測一】}$$

(D) 5. 計算 $11 - 3^2 \times [2 - (-3)^2] + 6$ 之值為何？ (A) -82 (B) -8 (C) 28
(D) 80 。【95.基測二】

(B) 6. 計算 $\frac{1}{389} + \frac{390 \times 388}{389} - 379$ 之值為何？ (A) 1 (B) 10 (C) $\frac{1}{389}$ (D)
 $\frac{12}{389}$ 。【94.基測二】

(D) 7. 計算 $6\frac{3}{8} \div (\frac{7}{11} + 2)$ 的過程，下列哪一個是正確的？ (A) $\frac{9}{4} \div (\frac{7}{11} + 2)$
 $= \frac{9}{4} \times \frac{11}{7} + \frac{9}{4} \times \frac{1}{2}$ (B) $\frac{9}{4} \div (\frac{7+22}{11}) = \frac{9}{4} \times \frac{11}{29}$ (C) $\frac{51}{8} \div (\frac{7}{11} + 2) =$
 $\frac{51}{8} \times \frac{11}{7} + \frac{51}{8} \times \frac{1}{2}$ (D) $\frac{51}{8} \div (\frac{7+22}{11}) = \frac{51}{8} \times \frac{11}{29}$ 。【94.基測二】

(D) 8. 用科學符號（即科學記號）可將 1234 表示成「 1.234×10^3 」。若 A 的科學符號可表示成「 1.23456×10^8 」，則 A 為幾位數？ (A) 6 (B) 7 (C)
 8 (D) 9 。【94.基測一】

(B) 9. $7\frac{1}{3} \div 1\frac{2}{5}$ 可表示成下列哪一個式子？ (A) $7 \times \frac{1}{3} \div 1 \times \frac{2}{5}$ (B) $(7 +$
 $\frac{1}{3}) \div (1 + \frac{2}{5})$ (C) $7 + \frac{1}{3} \div 1 + \frac{2}{5}$ (D) $(7 \times \frac{1}{3}) \div (1 \times \frac{2}{5})$ 。【94.基測一】

(C) 10. 下列敘述何者正確？ (A) $2^3 - (-2)^3 = 0$ (B) $2^4 - (-2^4) = 0$ (C)
 $(-2)^3 - (-2^3) = 0$ (D) $(-2)^4 - (-2^4) = 0$ 。【91.基測二】

(B) 11. 某漱口水瓶上標示正確使用方式：一次使用量為瓶蓋容量的 $\frac{1}{3}$ 。小瑜買了一瓶，誤將 $\frac{1}{3}$ 看成 $\frac{1}{2}$ ，在使用 10 次後才發現錯誤，此時漱口水已剩原來的 $\frac{3}{4}$ 。若往後小瑜依正確方式使用完畢，則還可以用多少次？ (A)
 30 (B) 45 (C) 60 (D) 75 。【95.基測一】

Sol) 瓶蓋的 $\frac{1}{2}$ ，使用 10 次，共用去 $10 \times \frac{1}{2} = 5$ (瓶蓋)，

$$\text{每個瓶蓋容量為整瓶的 } \left(1 - \frac{3}{4}\right) \div 5 = \frac{1}{20}, \frac{3}{4} \div \left(\frac{1}{3} \times \frac{1}{20}\right) = \frac{3}{4} \times 60 = 45$$

(C) 12. 已知 n 滿足 $\frac{n}{7.24} = \frac{16.13}{8.13}$ 。若將 n 描在數線上，則下列哪一個數在數線上的位置最接近 n ？ (A) 12.24 (B) 13.13 (C) 14.25 (D) 15.24 。【95.

基測二】

$$\text{Sol) } n = 16.13 \times 7.24 \div 8.13 \approx 14.36$$

【模擬學力基測試題】

- (C) 1. 請問 17^{2007} 是 17^{2006} 的多少倍？(A) 2006 (B) 2007 (C) 17 (D) 10
- (A) 2. 在電腦的容量規格中， $1Kb = 2^{10} \text{ bytes}$ ， $1Mb = 2^{10} Kb$ ， $1Gb = 2^{10} Mb$ ，若小錠買了一顆 8GB 的隨身碟，相當於多少 bytes？(A) 2^{33} (B) 2^{34} (C) 2^{35} (D) 2^{36}
- (C) 3. 若“@”為一新運算符號，其運算規則如右，令 a、b 為正整數，則 $a @ b = a^4 - b^3$ ，試求 $5 @ 4$ 之值為何？(A) 559 (B) 560 (C) 561 (D) 562
- (A) 3. 請觀察下列四個式子： $2^2 + 3^2 + 6^2 = 7^2$ ， $3^2 + 4^2 + 12^2 = 13^2$ ， $4^2 + 5^2 + 20^2 = 21^2$ ， $5^2 + 6^2 + 30^2 = 31^2$ ，若 a 為正整數，且 $10^2 + 11^2 + a^2 = 111^2$ ，則 a 與 b 之值為何？(A) 110 (B) 101 (C) 91 (D) 21
- (D) 4. 設 $2^x = 512$ ， $y^5 = 243$ ，則 $x^y = ?$ (A) 2^5 (B) 3^4 (C) 3^9 (D) 9^3
- (A) 5. 設 $4^2 \times 10^3 \times 20 = 2^a \times 5^b$ ，求 $a + b = ?$ (A) 13 (B) 10 (C) 7 (D) 5
- (B) 6. 若 $1^1 + 1^2 + 1^3 + \dots + 1^{2007} = a$ ，則 a 與 2007 的大小關係，下列何者正確 (A) $a < 2007$ (B) $a = 2007$ (C) $a > 2007$ (D) $a = 2008$
- (C) 7. 已知紫外線的波長是 1.362×10^{-8} 公尺， γ 射線的波長是 3×10^{-12} 公分，請問紫外光的波長是 γ 射線波長的幾倍？(以科學記號表示出來) (A) 4.54×10^3 (B) 4.54×10^4 (C) 4.54×10^5 (D) 4.54×10^6 。
- (B) 8. 計算 $(8.5 \times 10^{-6}) + (5.9 \times 10^{-8})$ 的值，並以科學記號表示出來。(A) 8.559×10^{-5} (B) 8.559×10^{-6} (C) 8.559×10^{-7} (D) 8.559×10^{-8} 。
- (D) 9. 右表是史努比博士用顯微鏡觀察五種病毒大小的記錄表，請由大到小排列出五種病毒的大小順序。(A) $D > C > B > E > A$ (B) $D > B > C > A > E$ (C) $A > B > C > E > D$ (D) $D > B > C > E > A$
- (A) 10. 有一星球距離地球 12 億公里，光每秒走 3×10^8 公尺，光由地球到此星球要幾分鐘？(A) $\frac{200}{3}$ 分 (B) $\frac{215}{4}$ 分 (C) $\frac{230}{7}$ 分 (D) $\frac{245}{11}$ 分。

A	7.1×10^{-6}
B	8.2×10^{-4}
C	1.42×10^{-4}
D	1.64×10^{-3}
E	9×10^{-5}

【進階練習題】

- (B) 1. $A \times \frac{3}{5} = B \div 2\frac{1}{2}$ ，若 $A > 0$ ， $B > 0$ ，則 (A) $A > B$ (B) $A < B$ (C) $A = B$ (D) 無法比較。
- (D) 2. $(1 - \frac{1}{2}) \times (1 - \frac{1}{3}) \times (1 - \frac{1}{4}) \times \dots \times (1 - \frac{1}{100}) =$ (A) $\frac{1}{10}$ (B) $\frac{1}{20}$ (C) $\frac{1}{50}$

(D) $\frac{1}{100}$ 。

(B) 3. $1\frac{3}{4} \times 2\frac{2}{3} \div \frac{7}{11} = ?$ (A) $\frac{11}{3}$ (B) $\frac{22}{3}$ (C) $\frac{11}{6}$ (D) $\frac{3}{22}$ 。

(B) 4. 某工程光緯獨作 15 日完工，承凱獨作 18 日完工。光緯每日比承凱每日多做全工程的多少？ (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{90}$ (C) $\frac{1}{60}$ (D) $\frac{1}{80}$ 。

(A) 5. 已知 $3^2=9$ ， $3^3=27$ ， $3^4=81$ ， $3^5=243$ ，將 3^{201} 乘開後，它的個位數的數字為何呢？ (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6。

(C) 6. 下列計算式何者錯誤？

(A) $25 - 3 \times [3^2 + 2 \times (-3)] + 5$ 的值為 21

(B) $[(-2)^3 \times (-3)^2 - (-18) \div 3 + 5] - (-1)^{10} = -62$

(C) $[(-2)^3 \times (4 - 12) - (6 - 11) \times 4] \div (-2)^2 = -21$

(D) $1 + 2 + 3 + \dots + 99 + 100 + 99 + \dots + 3 + 2 + 1 = 100^2$ 。

(D) 7. 試比較 $a = \left(-\frac{2}{3}\right)$ 、 $b = \left(-\frac{2}{3}\right)^2$ 、 $c = \left(-\frac{2}{3}\right)^3$ 、 $d = \left(-\frac{2}{3}\right)^4$ 之大小關係？ (A)

$b > d > a > c$ (B) $a > c > b > d$ (C) $c > a > d > b$ (D) $b > d > c > a$

(B) 8. 試計算 $\frac{1}{(-2)} + \frac{2}{(-2)^2} + \frac{4}{(-2)^3} + \frac{8}{(-2)^4}$ 為何？ (A) $-\frac{1}{2}$ (B) 0 (C) $\frac{1}{2}$ (D)

$\frac{1}{4}$

(C) 9. 試計算 $5^{19} - (5^{20} + 5^{19}) \div 6$ 為何？ (A) 5^{38} (B) 5 (C) 0 (D) 5^{-1}

(A) 10. 地球的半徑大約為 6400000 公尺，它的表面積大約是表面積 = $4 \times \pi \times (\text{半徑})^2$ ，其中 π 約為 3.14，地球的表面積大約有多少平方公里？(用科學記號來表示) (A) 5.144576×10^8 平方公里 (B) 5.144576×10^9 平方公里 (C) 5.144576×10^{10} 平方公里 (D) 5.144576×10^{11} 平方公里。