

Unit 2 數線與絕對值

能力指標：◎ (N-3-08) 能以「正、負」表徵生活中相對的量，並認識負數是性質（方向、盈虧）的相反。

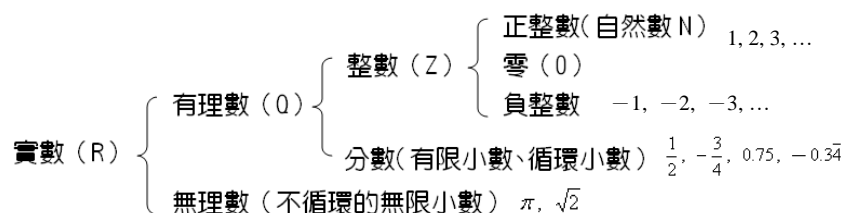
◎ (N-3-09) 能在數線上操作簡單的描點，如 -3 、 $(-2) + 5$ 、 $(-4) \times 2$ 等，並介紹兩點在數線上的間隔。

◎ (N-3-10) 能運算絕對值並熟練其應用。

能力一：正數與負數

一、數（正數與負數）

1. 在國中所學的「數」皆包含在「實數系」中。請同學參考下圖。



2. 正數：凡是大於 0 的數，稱為「正數」，以「+」（可省略）表示。

3. 負數：凡是小於 0 的數，稱為「負數」，以「-」表示。

Ex：+12 稱為正整數（簡稱正數），-33 稱為負整數（簡稱負數），0.38 稱為正小數（簡稱正數）， $-\frac{4}{5}$ 稱為負分數（簡稱負數），**0 不是正數也非負數**。

二、數與量

1. 簡而言之「數」與「量」的判別，在於有無「單位」，有「單位」的數稱為「量」；反之則稱為「數」。不同的「數」可以任意比較大小。

2. 「量」的類別又分為長度、重量、時間...等不同的單位，非同類的「量」不可以比較大小。

Ex：63（公斤）→「量」；63 →「數」。

☑ 63（公斤）>53（公斤）；1（公斤）=0.6（台斤）；63>53。

☒ 63（公斤）>23（公分）；30（分鐘）>20（毫升）。

三、運算與性質符號

1. 「+」、「-」用來表示加、減運算時稱為「運算符號」。

2. 「+」、「-」用來表示正、負相對時稱為「性質符號」。

Ex：(-3) - 4 + (-5) - (-2) 讀作：負三「減」四「加」負五「減」負二。

【正負數的概念】

講解 1：

NBA 教練團選秀的標準以身高 180 公分為標準，俠客歐尼爾身高 216 公分記為 +6，請回答下列各題：

- (1) 姚明身高是 228 公分，應記為 +8。
- (2) 賈奈特身高記為 +5，則其身高應為 210 公分。
- (3) 麥格雷迪、布萊恩、詹姆斯等三人的平均身高記為 +4，則三人平均身高 204 公分。
- (4) 若布萊恩身高記為 +2、詹姆斯身高 204 公分，麥格雷迪身高應記為 +6。

練習 1：

狄士尼兒童樂園中，以米老鼠的體重 36 公斤為標準，唐老鴨的體重 30 公斤記為 -3，請回答下列問題：

- (1) 米妮體重是 28 公斤，應記為 -4。
- (2) 古菲狗體重記為 +6，則其體重應為 48 公斤。
- (3) 史努比、維尼小熊、凱蒂貓等三隻動物的平均體重記為 +8，則三隻動物平均體重為 52 公斤。
- (4) 若史努比體重記為 +2、維尼小熊體重 60 公斤，凱蒂貓的體重應記為 +10。

【數與量的概念】

講解 2：

利威廉到 101 超級市場去買 0.5 公斤牛肉準備回家作牛排給心愛的女朋友吃，市場 1 台斤牛肉賣 360 元，請問他要花多少錢才能買到 0.5 公斤的牛肉呢？（1 台斤=0.6 公斤）

$$\text{解：} \textcircled{1} 1 \text{台斤} = \frac{3}{5} \text{公斤} \quad \text{又} \quad 1 \text{公斤} = \frac{5}{3} \text{台斤} \quad \therefore 0.5 \text{公斤} = \frac{5}{3} \times 0.5 \text{台斤} = \frac{5}{6} \text{台斤}$$

$$\textcircled{2} 1 \text{台斤牛肉賣} 360 \text{元} ; \therefore \frac{5}{6} \text{台斤牛肉賣} 360 \times \frac{5}{6} = 300 \text{元}$$

Ans：0.5 公斤牛肉賣 300 元。

練習 2：

明道和利威廉兩人一起喝葡萄酒，明道喝了 5 罐 500 毫升的葡萄酒，利威廉喝了 4 罐 0.8 公升的葡萄酒，請問哪一個人喝的多呢？（1 公升=1000 毫升）

$$\text{解：} \quad 5 \text{罐} 500 \text{毫升} = 5 \times 0.5 \text{公升} = 2.5 \text{公升}$$

$$4 \text{罐} 0.8 \text{公升} = 4 \times 0.8 \text{公升} = 3.2 \text{公升}$$

Ans：利威廉喝了 3.2 公升的葡萄酒比較多。

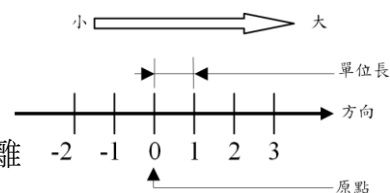
十分鐘即時練習：

- (1) CASIO 電子錶若以成本 300 元賣出則賠 100 元，以 -10 表示，若以定價 360 元賣出，應記為 +6，若以定價減 20 元賣出，應記為 +4。
- (2) 老師說：「以穿堂中的時鐘 12 點為準，上午 7 時以 $+5$ 表示」，則上午 10 點應以 +2 表示，下午 4 點放學應以 -4 表示。
- (3) 小鍾 1 分鐘走 90 公尺，小馬 30 秒走 50 公尺，小賢 1 小時走 7 公里，請問三人走的速度快慢為何？小賢 > 小馬 > 小鍾。
- (4) 若以中午十二時為準，下午記為“+4”，則上午八時記為 -4。
- (5) 假設以昆勳的體重 45 公斤為準，柏超的體重 48 公斤記為“+3”，請回答下列問題：
 - ① 宇倫的體重 37 公斤，應記為 -8。
 - ② 育茹體重 53 公斤，記為 $+8$ 。
 - ③ 宇倫、育茹、櫻怡、良宜平均體重為 44 公斤，記為“-1”。
 - ④ 良宜的體重為 38 公斤，記為 -7。

能力二：數線與相反數

一、數線

1. 數線的三大要素：(1)原點、(2)方向、(3)單位長。
2. 在原點左邊為負數，在原點右邊為正數。
3. 在數線上「右方的數」>「左方的數」。
4. 數線上 A、B 兩點分別是 a 、 b ，且 $a > b$ ，則 AB 的距離



$$\overline{AB} = a - b (\text{大} - \text{小}) = |a - b|; \quad \overline{AB} \text{ 中點座標} = \frac{a + b}{2}。$$

5. 坐標變換：新坐標 = (原數 - 新原點坐標) ÷ 新單位長。

二、相反數

1. 相反數：在原點的左、右兩邊且與原點距離相等的兩數，稱為相反數。

★性質：(1) 每一個數都有一個相反數。

(2) 正數的相反數為負數，負數的相反數為正數，0 的相反數是 0。

(3) 相反數的和為 0。

2. 相反數的求法：只要將一個數加上“負號”就可以了。

Ex：7 的相反數 $\rightarrow -(7)$ ； (-7) 的相反數 $\rightarrow -(-7) = +7$

3. 數線上兩點的距離：距離都是大於 0 的數，最小距離為 0。

【數線上點的位置與大小】

講解 1：

數線上有 A、B、C 三點表的數分別是 56、45、27。若有一 D 點在 C 點的右邊，而且 $\overline{AB} = \overline{CD}$ ，則 D 點所代表的數是多少呢？

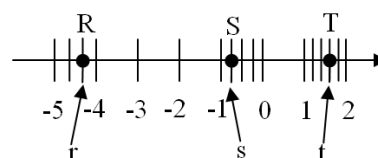
$$\text{解：}\ominus \overline{AB} = \overline{CD} \Rightarrow \begin{cases} \overline{AB} = 56 - 45 = 11 \\ \overline{CD} = 11 \end{cases} \therefore D \text{點} = 27 + 11 = 38$$

Ans：D 點的值為 38。

練習 1：

R、S、T 是數線上的三點，其坐標分別是 r 、 s 、 t ，若 $a = |r - s|$ ， $b = |s - t|$ ， $c = |t - r|$ ，求 r 、 s 、 t 的值為何又 a 、 b 、 c 大小應為何？

$$\text{解：(1)} \quad r = -4\frac{1}{3}, s = -\frac{3}{4}, t = 1\frac{3}{5}$$



$$(2) \quad a = |r - s| = \overline{RS}, b = |s - t| = \overline{ST}, c = |t - r| = \overline{TR}$$

由圖可知 $\overline{TR} > \overline{RS} > \overline{ST} \therefore c > a > b$

$$\text{Ans：(1)} \quad r = -4\frac{1}{3}, s = -\frac{3}{4}, t = 1\frac{3}{5} ; (2) \quad c > a > b。$$

【數線上點的距離與相反數】

講解 2：

若數線上有相異四點，A(-8)、B(-2)、C(2)、D(6)。(1) 求 $\overline{AB} = ?$ (2) 若單位長為 2， \overline{AD} 分成幾等分？(3) B 點的相反數是哪一點？

$$\text{解：(1)} \quad \overline{AB} = (-2) - (-8) = 6 \quad (2) \quad \text{等分數} = \frac{\overline{AD}}{\text{單位長}} = \frac{6 - (-8)}{2} = 7$$

(3) B 點的數 = (-2)，相反數 $-(-2) = 2$ ；B 點的相反數是 C 點。

練習 2：

在數線上有 A(-7)、B(-1)、C 三點，(1) 若 $3\overline{AB} = 2\overline{AC}$ ，求 $\overline{AC} = ?$ (2) 求 C 點座標？(3) 若單位長為 3， \overline{AC} 可分成幾等分？

$$\text{解：(1)} \quad \overline{AB} = (-1) - (-7) = 6, 3 \times 6 = 2 \times \overline{AC}, \overline{AC} = 18 \div 2 = 9$$

$$(2) \text{ C 點座標為 } (-7)+9=2 \quad (3) \frac{\overline{AC}}{3} = \frac{9}{3} = 3$$

【數線上點的位置變動關係】

講解 3：

數線上 A(-3)、B(2)、C(8)，若改以 B 點為新原點，並且以原單位長的 $\frac{1}{2}$ 為新單位長，則 C 點、A 點的新座標為何？新 \overline{AC} 的距離為何？新 \overline{AC} 中點 M 的座標為何？

解：(1) 新坐標 = (原數 - 新原點坐標) ÷ 新單位長

$$C_{\text{new}} = (8-2) \div \frac{1}{2} = 12 \quad ; \quad A_{\text{new}} = [(-3)-2] \div \frac{1}{2} = -10$$

$$(2) \overline{AC} = 12 - (-10) = 22 \quad ; \quad \overline{AC} \text{ 的中點 } M = \frac{12 + (-10)}{2} = 1 \circ$$

練習 3：

有一隻兔子在有數線的跑道上，座標為 -4 的 A 點開始向右跳，每次跳躍的距離都相等，而且方向不變，跳第三次時，在座標為 8 的 B 點，若跳第二十次，會到 C 點，(1) 則 C 點座標為何？(2) 若兔子改以 B 點為起點向右跳，以原單位長的 $\frac{1}{2}$ 為新單位長，則新 C 點座標為何？

解：(1) $\overline{AB} = 8 - (-4) = 12$ ； 單位長 = $12 \div 3 = 4$ ； C 點 = $(20 \times 4) - 4 = 76$ 。

$$(2) \overline{BC} = 76 - 8 = 68 \quad ; \quad \text{新 C 點 } 68 \div \frac{1}{2} = 136 \circ$$

【相反數的概念】

講解 4：

(1) 請寫出 -6.4、-(-3)、 $-\frac{3}{8}$ 、0 的相反數？

(2) 若 $(a+13)$ 的相反數是 8，請問 a = ？

(3) 數線上 A、B 兩點分別是 4、8，此兩點須向左移動多少單位之後，會與原點的距離相等？移動後兩點所表示的數為何？

解：(1) $-6.4 \Leftrightarrow 6.4$ ； $-(-3) \Leftrightarrow (-3)$ ； $-\frac{3}{8} \Leftrightarrow \frac{3}{8}$ ； $0 \Leftrightarrow 0$ 。

$$(2) (a+13) = -8 \quad ; \quad a = -8 - 13 = -21 \circ$$

(3) 原來的和 = $4+8=12$ ；兩數同減 12，和會變為 0。因此， $12 \div 2 = 6$ ；兩數同

時向左移動 6 個單位。

移動後 A 點 $=4-6=-2$ ，B 點 $=8-6=2$ 。

練習 4：

- (1) 請寫出 6.3、 $-(4)$ 、 $-(+3.5)$ 、 $-(-2.3)$ 的相反數？
- (2) 若 -9 的相反數是 A，A 的倒數是 B，請問 B = ？
- (3) 數線上 A、B 兩點分別是 -6 、 -2 ，此兩點須向右移動多少單位之後，會與原點的距離相等？移動後兩點所表示的數為何？

解：(1) $6.3 \leftrightarrow -6.3$ ； $-(4) \leftrightarrow 4$ 、 $-(+3.5) \leftrightarrow 3.5$ 、 $-(-2.3) \leftrightarrow -2.3$

(2) $A=9$ ， $B=\frac{1}{9}$ 。

(3) $(-6)+(-2)=(-8)$ ； $(-8)+8=0$ 。 $8 \div 2=4$ ，兩數同時向右移動 4 個單位。
移動後 A 點 $(-6)+4=(-2)$ ，B 點 $(-2)+4=2$ 。

十分鐘即時練習：

- (1) 數線上有點 A、B、C、D、E 五點，其坐標分別為 -3 ， $-1\frac{1}{3}$ ， 0 ， 0.5 ， 2 則

哪一條線段最長 \overline{AE} ；最短 \overline{CD} 。

- (2) 有一條標示數線的電纜線上站了一隻麻雀，麻雀從 A 電桿出發，向右走 8 個單位，再向左走 5 個單位，又向右走 11 個單位到達 B 電桿，已知 B 電桿的座標為 5，則 A 電桿的座標應該為 -9 。

- (3) 數線上 A、B、C 三點各表示的數為 -3 、 1 、 6 ，今若以 C 點為新原點，而新單位長是原單位長的 $\frac{1}{3}$ ，則 A 點新座標為 -27 ；B 點新座標為 -2

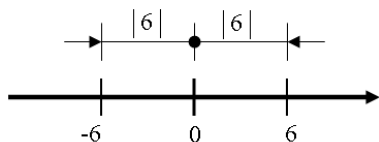
15 ；新 \overline{AB} 的距離為 12 ；新 \overline{AB} 中點座標 M 為 -21 。

- (4) 已知 A、B 兩數互為相反數，且 A、B 兩數在數線上所對應點的距離為 42，若 $A > B$ ，求 A、B 兩數為何？ 解： $A=21$ ； $B=(-21)$ 。
- (5) 數线上有 A(-4)、B (16) 兩點，今 A、B 兩點應同時向左或向右移動幾個單位長，方能使得新的兩點互為相反數呢？ 解：向左移動 10 個單位長。

能力三：絕對值與數的大小

一、絕對值的概念

1. 數線上任一點與原點的距離，稱為該數的「絕對值」。故絕對值必大於等於 0，因為距離沒有負的。絕對值以符號 ”| |”表示。



Ex : $|88| = 88$, $|-66| = 66$, $|0| = 0$ 。

二、絕對值的值

$$1. |x| = \begin{cases} x & \text{當 } x \geq 0 \\ -x & \text{當 } x < 0 \end{cases} \quad (|x| \text{ 表示 } x \text{ 到原點的距離})$$

2. $|x| = a$, 且 $a \geq 0$, 則 $x = \pm a$, 當 $a < 0$, 則 x 不存在 。

Ex : 若 $|8| = 8$, 則 $x = \pm 8$, 若 $|x| = -8$, 則 x 不存在 , 或稱無解 。

三、數的比較大小

1. 三一律：A、B 兩數的大小關係可能有：

$A > B$ 、 $A = B$ 、 $A < B$ ，等三種情形，其中僅有一種關係會成立。

2. 遞移律：若有三個數 A、B、C 三個數，則下列關係必成立。

(1) 若 $A > B$ ，且 $B > C$ ，則 $A > C$ 。

(2) 若 $A = B$ ，且 $B = C$ ，則 $A = C$ 。

(3) 若 $A < B$ ，且 $B < C$ ，則 $A < C$ 。

叮嚀：若 $A > C$ ，且 $B > C$ ，就無法比較 A、B 兩數大小。

3. 數線上「左方的數」 $<$ 「右方的數」。

Ex : $-8 < -6$; $-2 < 0$; $1.2 < 3$ 。

【絕對值的概念】

講解 1：

請寫出 -2 、 11 、 -0.37 、 7.8 、 $-2\frac{3}{5}$ 各數的絕對值，並比較其大小。

解：(1) $|-2| = 2$; $|11| = 11$; $|-0.37| = 0.37$; $|7.8| = 7.8$; $|-2\frac{3}{5}| = 2\frac{3}{5}$ 。

(2) $|11| > |7.8| > |-2\frac{3}{5}| > |-2| > |-0.37|$ 。

練習 1：

請寫出 -3 、 4.3 、 -6.5 、 0 、 $-\left(-\left(-1\frac{3}{4}\right)\right)$ 各數的絕對值，並比較其大小。

解：(1) $|-3| = 3$; $|4.3| = 4.3$; $|-6.5| = 6.5$; $|0| = 0$; $-\left(-\left(-1\frac{3}{4}\right)\right) = 1\frac{3}{4}$ 。

$$(2) |-6.5| > |4.3| > |-3| > \left| -\left(-\left(-1\frac{3}{4}\right)\right) \right| > |0|。$$

【絕對值與整數的個數】

講解 2：

(1) 絕對值小於 4 的整數、正整數、負整數、分數有哪些？

(2) 絕對值小於 4 且大於等於 1 的整數有哪些？

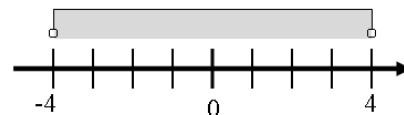
解：(1) 絕對值小於 4 的整數：-3、-2、-1、0、1、2、3

絕對值小於 4 的正整數：1、2、3

絕對值小於 4 的負整數：-3、-2、-1

絕對值小於 4 的分數：無限多

(2) 絕對值小於 4 且大於等於 1 的整數：-3、-2、-1、0、1



叮嚀：(1) 小於、大於該數，皆不包含該數。

(2) 小於等於、大於等於該數，皆包含該數。

(3) 0 是整數，但不是正、負整數。

練習 2：

(1) 若 A 數為整數，且絕對值小於 A 數的整數共有 7 個，求 A 數為何？

(2) 若 B 數為整數，且絕對值小於 B 數的負整數共有 5 個，求 B 數為何？

(3) 若 C 數為整數，且絕對值不大於 C 數的整數共有 8 個，求 C 數為何？

解：(1) $(7-1) \div 2 = 3$ ；A 數 = $3+1=4$ 。

(2) 絕對值小於 B 數的最大整數為 5，則 B 數為 6。

(3) 絕對值不大於 C 數的最大整數為 $(8-1) \div 2 = 4$ ；C 數 = 4。

【絕對值的運算】

講解 3：

(1) $|4+(-7)|$ 與 $|4|+|-7|$ 的大小關係？

(2) 若 $|A|-|-5|=8$ ，則 A 數為何？

(3) 若 $|4-A|+|B+5|=0$ ，求 A、B 兩數為何？

(4) $|-9+4| \times |4+(-9)| + 10 = ?$

解：

(1) $|4+(-7)| = |4-7| = |-3| = 3$ ； $|4|+|-7| = 4+7 = 11$ ； $|4+(-7)| < |4|+|-7|$

$$(2) |A| - |-5| = 8 ; |A| = 8 + |-5| = 8 + 5 = 13 ; A = \pm 13。$$

(3) $|4 - A| + |B + 5| = 0$ 因為絕對值皆為正數，正數與正數相加不可能為 0，因此只有一種可能，就是 $0 + 0 = 0$ 。

$$\begin{cases} |4 - A| = 0, 4 - A = 0, A = 4 \\ |B + 5| = 0, B + 5 = 0, B = -5 \end{cases}$$

$$(4) |-9 + 4| \times |4 + (-9)| + 10 = |-5| \times |-5| = 5 \times 5 = 25$$

練習 3：

(1) $|(-4) + (-6)|$ 與 $|-4| + |-6|$ 的大小關係？

(2) $16 \div |A| = 4$ 與 $|B| \div 3 - 5 = 3$; A、B 應為多少？

(3) 若 A、B 兩整數，且 $|A| + |B| = 16$ ，求 A 的最大值與最小值？

(4) 若 $|A - 2| = |A - 3|$ ，則 A 值為何？

解：

$$(1) |10| = |10| ; |(-4) + (-6)| > |-4| + |-6|$$

$$(2) 16 \div |A| = 4 ; |A| = 16 \div 4 = 4 ; A = \pm 4$$

$$|B| \div 3 - 5 = 3 ; |B| = (3 + 5) \times 3 ; |B| = 24 ; B = \pm 24$$

(3) 當 $B = 0$ 時； $|A| = 16$ ，則 $A = \pm 16$ ；因此 A 有最大值 16，最小值 -16。

(4) $|A - 2| = |A - 3|$ ；代表 A 到 2、3 的距離相等，因此 A 是數線上 2 與 3 的中

$$\text{點。 } A = \frac{2+3}{2} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}。$$

十分鐘即時練習：

(1) 對於所有的實數 A 與 B，定義 $A\Omega B = |A - B|$ ，則下列敘述何者不正確？ Ⓒ

Ⓐ對於所有實數 A 與 B， $A\Omega B = B\Omega A$ 。Ⓑ對於所有實數 A 與 B， $2(A\Omega B) = (2A)\Omega(2B)$ 。Ⓒ對於所有實數 A， $A\Omega 0 = A$ 。Ⓓ對於所有實數 A，

$A\Omega A = 0$ 。⑤若 $A \neq B$, $A\Omega B > 0$ 。

(2) 設 A 、 B 為有理數，已知 $|A| + |B| = 5$ ，則 A 絕對不會是下列哪一個數？Ⓐ

Ⓐ -6 Ⓑ -3 Ⓒ 0 Ⓓ 4 。

(3) 已知 A 、 B 、 C 三實數， $|A| > |B| > |C|$ ，下列敘述何者正確？Ⓑ

Ⓐ $C < 0$ Ⓑ $B - C > 0$ Ⓒ $A - B > 0$ Ⓓ $A - C > 0$ 。

(4) 假設 x 為整數，若 $|x - 5| + |x + 5| = 0$ ，則 x 的值為何？Ⓓ

Ⓐ 0 Ⓑ -5 Ⓒ 5 Ⓓ 不存在。解：沒有一個數可以同時等於 5 和 -5 。

(5) 若 $a = 6$ ， $b = -10$ ，則下列何式的值會最小呢？Ⓒ

Ⓐ $|a + b|$ Ⓑ $|a - b|$ Ⓒ $|a| - |b|$ Ⓓ $|a| + |b|$ 。

能力四：整數的加、減法運算

一、加、減法運算的概念

1. 正整數的加、減法運算（設有 $a > 0$ ， $b > 0$ 二數）：

(1) $a > b$ ， $a + b$ 與 $a - b$ 皆不變號（性質符號不變）。

(2) $a < b$ ， $a + b$ 不變號，但 $a - b = -(b - a)$ （性質符號改變，為負數）。

口訣：大 - 小 = \oplus ；小 - 大 = \ominus
--

Ex：

(1) $15 > 13$ ； $15 + 13 = 28$ ； $15 - 13 = 2$

(2) $13 < 15$ ； $13 + 15 = 28$ ； $13 - 15 = -(15 - 13) = -2$

2. 負整數的加、減法運算（設有 $a < 0$ ， $b < 0$ 二數）：

(1) $a > b$ 或 $a < b$ ， $a + b$ 用【去括號法】（口訣：正負得負）。

亦可用【分配律法】，提出兩數的負號到括號外再做運算。

(2) $a > b$ 或 $a < b$ ， $a - b$ 用去括號法（口訣：負負得正）。

亦可用【分配律法】，提出兩數的負號到括號外再做運算。

Ex：

(1) 因為 $(-9) > (-11)$ ，所以 $(-9) + (-11) = (-9) - 11 = -20$ 。【去括號法】

因為 $(-11) < (-9)$ ，所以 $(-11) + (-9) = -(11 + 9) = -20$ 。【分配律法】

(2) 因為 $(-8) > (-10)$ ，所以 $(-8) - (-10) = (-8) + 10 = 2$ 。【去括號法】

因為 $(-10) < (-8)$ ，所以 $(-10) - (-8) = -(10 - 8) = -2$ 。【分配律法】

二、加、減法運算的規律

(1) 減法就是加法的反運算

若有 a 、 b 兩數， $a - b = a + (-b)$ ，即 a 減去 b ，等於 a 加上 b 的相反數。

(2) 加法的規律性

加法具有【交換律】與【結合律】，但減法則無。

交換律：若有 a 、 b 二數，則 $a + b = b + a$ 。

結合律：若有 a 、 b 、 c 三數，則 $(a + b) + c = a + (b + c)$ 。

(3) 分配律應用在加、減法的運算

分配律是乘法對加、減法的運算法則，假設將括號外的性質符號當作被乘數，則括號內的運算符號則為乘數，再應用【去括號法則】進行運算。

$$\text{Ex: } -(a \pm b) = (-a) \pm (-b) = \begin{cases} (-a) + (-b) = (-a) - b \\ (-a) - (-b) = (-a) + b \end{cases}$$

(4) 在數線上或直角座標上，某數【減去】上一個正數 = 某數【加上】一個負數 = 某數向【左或下】移動。

在數線上或直角座標上，某數【加上】上一個正數 = 某數【減去】一個負數 = 某數向【右或上】移動。

【整數的加、減法運算】

講解 1：

(1) $156 + (-137) + (-156) = ?$

(2) $9 + (-8) - (-7) + (-6) = ?$

(3) $-(5 - 9) - [-(-14) + 27] + \{ -[-14 + (-18) - 23] - 14 \} = ?$

(4) $\frac{|(-3) + (-8) - [(-3) - (-8)]|}{|(-3) - 8| + |(-3) + 8|} = ?$

解：

(1) 原式 = $156 - 156 - 137 = -137$

(2) 原式 = $9 - 8 + 7 - 6 = 2$

(3) 原式 = $-(-4) - (41) + 41 = 4 - 41 + 41 = 4$

(4) 原式 = $\frac{|-11 - 5|}{11 + 5} = \frac{16}{16} = 1$

練習 1：

(1) $(-5) + 7 + (-6) + (-8) = ?$

(2) $[(-12345679) + 899931] + (-899930) = ?$

(3) $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \Lambda + 49 - 50 + 51 = ?$

(4) 設 Φ 是一個新的運算符號，其定義為 $a\Phi b = |a| - b$ ，求 $5\Phi(-4) = ?$

解：

$$(1) \text{原式} = -(5+6+8)+7 = (-19)+7 = -12$$

$$(2) \text{原式} = (-12345679) + [899931 + (-899930)] = (-12345679) + 1 = -12345678$$

$$(3) \text{原式} = (1-2) + (3-4) + (5-6) + \Lambda + (49-50) + 51 \\ = (-1) + (-1) + (-1) + \Lambda + (-1) + 51 = (-25) + 51 = 26$$

$$(4) a\Phi b = |a| - b, 5\Phi(-4) = |5| - (-4) = 5 + 4 = 9$$

【整數加、減法運算的應用】

講解 2：

下表是一年 18 班八位同學的體重與全班平均體重相差數的一覽表：

姓名	珮羚	芳妤	亭昀	莉婷	羿嘉	昱帆	育茹	吟青
體重與平均體重的差(公斤)	-7	12	-2	-6	0	8	-1	4

①如果莉婷的體重是 34 公斤，則全班的平均體重為多少公斤？

②亭昀比育茹重或輕幾公斤？

③吟青比珮羚重或輕幾公斤？

④芳妤重多少公斤？

⑤羿嘉重多少公斤？

解：① 平均體重 = $34 + 6 = 40$ (公斤)；② $(-2) - (-1) = (-2) + 1 = -1$ ；輕 1(公斤)；

③ $4 - (-7) = 11$ ；重 11(公斤)；④ $40 + 12 = 52$ (公斤)；⑤ $40 + 0 = 40$ (公斤)。

練習 2：

通常我們以 (+) 代表溫度上升，(-) 代表溫度下降。昱綸同學感冒，假設腋溫超過 37°C 是發燒，早上 10:00 的體溫是 38°C 她一天的體溫與平均體溫的差如下表，請回答下列問題：

昱綸的體溫表	8:00	10:00	12:00	14:00	16:00
體溫與平均體溫的差(°C)	-1	1	0	2	-1

①請問她的平均體溫是多少？

②他在哪一個時間區間體溫下降或升高最多？

③請問中午吃飯時的體溫是多少？

④請問下午 14:00 的體溫是多少？

⑤哪些時間沒有發燒呢？

解：① 平均體溫 = $38 - 1 = 37$ °C；② $2 - (-1) = 2 + 1 = 3$ ；下降 3°C，下午 14:00~16:

00；③ $37 + 0 = 37$ °C；④ $37 + 2 = 39$ °C；⑤ $37 - 1 = 36 < 37$ ，早上 8:00 及下午 16:00 沒發燒。

十分鐘即時練習：

- (1) 在生物實驗室裡有一隻蝸牛在溫度計的 0°C 上，第一天牠向上爬行了 2°C ，第二天轉向下爬行了 3°C ，蝸牛依此規律持續爬行，則爬到第六天結束時，這隻蝸牛應該在溫度計上的 -3°C ，又這隻蝸牛總共爬了 15°C 。
- (2) 假設 $A+9=B-7=C+6$ ，則 A 、 B 、 C 三數中最小者為 A 。
- (3) 下列四個式子 $A+(-6)=-18$ ， $B+(-14)=0$ ， $(-14)-C=3$ ， $D-9=-11$ ，則 A 、 B 、 C 、 D 何者最大呢？ B 。
- (4) 福利社舉辦母親節感恩回饋大拍賣，將每罐成本 10 元的優酪乳以 8 元售出，但原價為 15 元，請問原價與售價的價差為 7 元，請問賣一罐優酪乳是賠或賺多少元呢？ 一罐賠 2 元。
- (5) $-[-5+(-13)-5]-8 =$ 15。
- (6) $7-[-(-2)+5] =$ 0。
- (7) $1+(-2)+3+(-4)+5+(-6)+\dots+2003 =$ 1002。
解：原式= $(-1)+(-1)+(-1)+\dots+(-1)+2003=(-1001)+2003=1002$
- (8) 假設 $-(-8)$ 、 (-9) 、 6 、 $|12|$ ，的相反數分別為 a 、 b 、 c 、 d ，試問 $a-b+c-d$ 的值為何呢？ -11。
- (9) 已知有兩個負整數甲、乙，其中甲+乙= -49 ，則(甲-乙)的值為何呢？ 47。
解：已知最大負整數為 (-1) ， $(-1)+乙=-49$ ，乙= -48 ，(甲-乙)= $(-1)-(-48)=47$ 。
- (10) 有四個數 (-5) 、 (-3) 、 (-1) 、 8 ，任意選擇三個數 a 、 b 、 c ，計算 $(a-b)+c$ 的最大值為何？ 12。解：令 a 、 c 為最大的兩數， b 為最小的數。

【基本觀念題】

- (C) 1. 數線上 A 、 B 、 C 三點各表示的數為 -3 ， $\frac{1}{3}$ ， 4 ，若以 C 點為新的原點，而單位長不變，則 A 點所表示的數為何？ (A) -5 (B) -6 (C) -7 (D) -8 。
- (A) 2. 絕對值大於 19，但不大於 38 的整數一共有多少個呢？ (A) 38 (B) 28 (C) 19 (D) 14。
- (C) 3. 數線上有三點 A 、 B 、 C ，其坐標分別為 3、5、8，若將 \overline{AB} 十等分，假設其中第三個等分點為 P ，將 \overline{BC} 五等分，第二個等分點為 Q ，則 \overline{PQ} 的長度為何？ (A) $\frac{16}{3}$ (B) $\frac{15}{4}$ (C) $\frac{13}{5}$ (D) $\frac{12}{7}$ 。
- (B) 4. 數線上 A 、 B 、 C 三點所表示的數分別為 3、 -1 、 4 ，則 $\overline{AB} + \overline{BC}$ 為何？ (A) 2 或 12 (B) 4 或 14 (C) 2 (D) 14。

- (D) 5. 已知 $a=6$, $b=-8$, $c=14$, 則 $|a-b|+|b-c|+|c-a|$ 的值為何? (A) 11 (B) 22
 (C) 33 (D) 44。
- (A) 6. 請計算 $\frac{|3-|-5||}{2}$ 的值為何? (A) 1 (B) -1 (C) 2 (D) -2。
- (C) 7. 假設有兩數分別為 -9 及 25, 同時減去下列哪一個數之後, 會成為相反數呢? (A) 10 (B) -10 (C) 8 (D) -8。
- (C) 8. 所有絕對值小於 $\frac{19}{3}$ 的整數和為多少呢? (A) 2 (B) 1 (C) 0 (D) -1。
- (D) 9. 下列四個等式何者不成立呢?
 (A) $(23+7)-9=23+(7-9)$
 (B) $(66-22)-13=66-(22+13)$
 (C) $(-56)+[-(-66)]=[-(-66)]+(-56)$
 (D) $(-138)+73=73-(-138)$ 。
- (B) 10. 下列敘述何者正確呢?
 (A) $13+|-13|=0$, 所以 13 與 $|-13|$ 互為相反數。
 (B) 0 的相反數為 0。
 (C) 數線上, A、B 兩數與 5 的距離相同, 所以 A、B 兩數互為相反數。
 (D) $3\frac{2}{3}$ 與 $-3\frac{3}{2}$ 互為相反數。

【溫故歷屆基測試題】

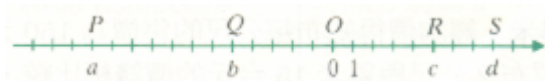
- (C) 1. 在右圖的方格中, 填入適當的數字, 使得每行、每列以及對角線上的數字和是相同的, 則★的值為何? 【93.基測二】(A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 13。
- (C) 2. 若有一隻甲蟲在數線上由原點 O 向右行 4 公分, 我們將它的位置記為 +2, 則由原點 O 向左行 6 公分, 我們應該將甲蟲的位置記為多少呢? 【94.參考題本】(A) -6 (B) -4 (C) -3 (D) +3。
- | | | |
|----|--|----|
| 16 | | 14 |
| ★ | | 15 |
| 12 | | |
- (D) 3. 已知第一次段考成績甲班平均成績為 60 分, 乙班平均成績為 62 分, 若丙班平均成績高於甲班平均成績, 但不會低於乙班平均成績, 則丙班平均成績可能為下列哪一個分數? 【90.參考題本】(A) 58 分 (B) 60 分 (C) 61 分 (D) 62 分。
- (B) 4. 關於絕對值的計算, 下列哪一個選項是正確的? 【90.參考題本】
 (A) $|-9|+|-8|=1$ (B) $|-9|-|+8|=1$ (C) $|-6|+|-8|=-14$
 (D) $|-6|-|8|=2$

- (C) 5.媽媽到市場買布與米，經詢價得知布每公尺的售價為 150 元，米每台斤的售價為 20 元，那麼媽媽買布 2 公尺與買米 15 台斤的價錢相比較，哪一個較多？【90.參考題本】
 (A) 布 (B) 米 (C) 一樣多 (D) 無法比較。

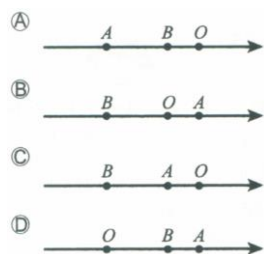
解：⊕ 2 公尺的布售價為 $150 \times 2 = 300$ (元)，15 台斤的米售價為 $20 \times 15 = 300$ (元)

- (A) 6.在下圖的數線上，O 為原點，數線上的點 P、Q、R、S 所表示的數分別為 a、b、c、d。請問下列哪一個大小關係是不正確的？【92.基測一】

- (A) $|a| < |d|$ (B) $|b| = |c|$ (C) $|a| > |b|$ (D) $|0| < |b|$ 。



- (C) 7.數線上，O 為原點，A 點的坐標為 a，B 點的坐標為 b。利用下列三個已知條件，判斷 A、B、O 三點在數線上的位置關係。已知條件：(1) $a+b < 0$ (2) $a-b > 0$ (3) $ab > 0$ ，下列圖形何者正確？【92.基測二】



解：⊕ $ab > 0 \therefore a$ 與 b 同號，且 $a+b > 0 \therefore a < 0, b < 0$ ，又 $a-b > 0, a > b \therefore a$ 在 b 的右邊。

【模擬學力基測試題】

- (D) 1.設 a、b 均為有理數，已知 $|a| + |b| = 3$ ，則 a 絕對不會是下列哪一個數？

- (A) -2 (B) 0 (C) 2 (D) 4。解：⊕ $|a| > 0, |b| > 0, \therefore |a| \leq 3, -3 \leq a \leq 3$ 。

- (C) 2.假設 $x=3, y=4, z=5$ ，則 $|x-y| + |y-z| - |z-x|$ 的值為何？
 (A) -2 (B) -1
 (C) 0 (D) 1。

- (A) 3.如果你想將坐標為 -3.25 的點標示在數線上，至少要將 -3 與 -4 之間的部分分成幾等份？
 (A) 4 (B) 25 (C) 50 (D) 100 等份。

- (D) 4.在一數線上有由左而右依序排列的五點，其坐標值依序為 a、b、c、d、e，如果相鄰兩點的距離都相同，而且 b、d 互為相反數，則下列敘述何者正確？
 (A) a、c 互為對稱點 (B) $a+b = d+e$ (C) $|a| + |e| = |b| + |d|$ (D)

$$\frac{b+d}{2} = 0。$$

- (C) 5.假設 9 與 -19 這兩個數同時加上下列哪一個數後會成為相反數？
 (A) 2 (B) -2 (C) 5 (D) -5 等份。

- (D) 6. 設 a 為整數，則滿足 $-4 < |a| < 4$ 的值多少個？(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 個。

解： $\ominus -4 < |a| < 4$ 的意思等於 $0 < |a| < 4$ ， $\therefore a$ 的值可以是 -3 到 3 的範圍。

- (A) 7. 甲、乙二人分別在數線上表示 -15 、 105 的位置上，且同時相向而行。若甲的速率是乙的速率的 2 倍，則相遇位置在數線上所表示的數為何？(A) 65 (B) 55 (C) 45 (D) 35 個。

解：因為甲的速率是乙的速率的 2 倍，所以甲的距離是乙的距離的 2 倍。距離比為甲：乙 = $2 : 1$ 。

$$\ominus 105 - (-15) = 120, \text{ 每一等份} = 120 \div (2 + 1) = 40, \therefore \text{相遇處為 } 105 - 40 = 65。$$

- (C) 8. 數線上 A 、 B 兩點分別代表 -3 與 10 ，則下列哪一個等式不能計算出 \overline{AB} 呢？(A) $10 - (-3)$ (B) $|(-3) - 10|$ (C) $|-3| - |-10|$ (D) $|10 - (-3)|$ 。

- (B) 9. 如圖所示，若每一直排、橫排與對角線中各三張牌的總和均相等，請問 $a + b - c + d = ?$ (A) -6 (B) 6 (C) -8 (D) 8 。

$$\ominus (-3) + (-5) + 9 = 1, \therefore b = 1 - [2 + (-5)] = 4, d = 1 - (2 + 9) = -10,$$

解： $c = 1 - (4 + 9) = -12, a = 1 - [(-3) + 4] = 0$

$$\therefore a + b - c + d = 0 + 4 - (-12) + (-10) = 6$$

-3	a	b
1	-5	c
2	d	9

- (D) 10. 莉婷與如花兩人相差 13 歲，若莉婷前年 x 歲，則如花今年幾歲？(A) $x - 11$ (B) $x + 11$ (C) $x - 15$ (D) $x + 15$ 。

解：莉婷現年： $(x + 2)$ 歲，如花現年： $x + 2 + 13 = x + 15$ (歲)。

【進階練習題】

- (C) 1. 所有的數中，其倒數等於它自己本身的數有幾個？(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 無限多。解：有 ± 1 ，共 2 個。

- (C) 2. 下列四個數分別為 $-\frac{1}{2}$ ， $-\frac{1}{3}$ ， $\frac{1}{4}$ ， $\frac{2}{5}$ 何者的絕對值最接近 0 ？(A) $-\frac{1}{2}$

(B) $-\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{2}{5}$ 。解： $|\frac{1}{2}| = \frac{1}{2}$ ， $|\frac{1}{3}| = \frac{1}{3}$ ， $|\frac{1}{4}| = \frac{1}{4}$ ， $|\frac{2}{5}| = \frac{2}{5}$ 。

- (A) 3. 若有一 A 數小於它自己的相反數，則 A 數為何？(A) $A < 0$ (B) $A = 0$ (C) $A > 0$ (D) $A > -A$ 。解：負數的相反數是正數。

- (B) 4. 下列何者正確？(A) $|-0.1| > 0.1$ (B) $-(-3) > -(-(-3))$ (C) $-0.001 < -0.01$ (D) 以上全部正確。

- (D) 5. 假設甲數是整數且 $9 < |甲| < 13$ ，則甲有多少個？(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6。解：甲 = ± 10 、 ± 11 、 ± 12 ，共 6 個。

- (C) 6. 假設 $a < 0$, $b < 0$, $c < 0$, $|a| < |b| < |c|$, 哪一個數位置在數線的最左邊? (A) a (B) b (C) c (D) 無法判別。解: 負數越小越左邊。
- (C) 7. 數線上 A 點座標為 12, 若改變原數線的單位長為原來的 $\frac{3}{4}$ 倍, 則 A 點座標會改成何數? (A) 9 (B) -9 (C) 16 (D) -16。解: $12 \div \frac{3}{4} = 16$ 。
- (B) 8. 數线上有兩點 A (3)、B (12), 若以 A 點為數线上新的原點, 則 B 點座標為何? (A) -9 (B) 9 (C) 7.5 (D) -7.5。解: $12 - 3 = 9$ 。
- (D) 9. 小華老師在高速公路上開車, 從台中到台北再到中壢, 台中的公里數為 177, 往北走到台北, 走了 171 公里, 再往南走到中壢, 走了 35 公里, 請問中壢的公里數牌子顯示多少呢? (A) 313 (B) 64 (C) 53 (D) 41。
- (D) 10. 請計算下列式子 $(-15) + (-2) - \{-(-(-9))\} = ?$ (A) 8 (B) -18 (C) -20 (D) -22。解: 原式 $= -15 - 2 + 9 = 8$ 。
- (B) 11. 假設 17, -23, $-(-15)$, 20 的相反數分別是 a、b、c、d, 則 $a - b + c - d = ?$ (A) -35 (B) 35 (C) -41 (D) 41。解: $a - b + c - d = -17 - 23 + (-15) - (-20) = -17 - 23 - 15 + 20 = 35$ 。
- (D) 12. 請計算下列式子 $|-26| + \{(-4) + 3\} + (-4) - (-8) = ?$ (A) -23 (B) 23 (C) -29 (D) 29。
- (A) 13. 假設 63 與 33 同時減去 x 則互為相反數, 則 $x = ?$ (A) -48 (B) 48 (C) -15 (D) 15。解: $(63 + 33) \div 2 = 48$ 。
- (B) 14. 在數線上 A $(-3\frac{1}{4})$ 先右移 9 單位再左移 13 單位到達 B, 則 A、B 兩點的中點是 C, 求 C 點的坐標為何? (A) -5.25 (B) -10.25 (C) 5.25 (D) 10.25。解: $-3\frac{1}{4} + 9 - 13 = -7\frac{1}{4}$ ……B 點, $\{(-3\frac{1}{4}) + (-7\frac{1}{4})\} \div 2 = -5.25$ 。
- (B) 15. 自然實驗室中有一量筒, 水位升高用正數表示, 水位下降用負數表示。若第一次水位改變 -10 公分, 第二次改變 +10 公分, 請問兩次水位的總改變量是多少? (A) -20 公分 (B) 0 公分 (C) 10 公分 (D) 20 公分。