United 19 相似形

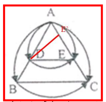
能力指標：◎（S－4－11、S－4－15）能根據平行線截線性質作推理。
◎（S－4－12）能對簡單的相似多邊形指出對應邊成比例、對應角相等性質。
◎（S－4－13）能理解三角形的相似性質。
◎（S－4－13）能理解平行線截比例線段性質。
◎（S－4－13）能利用相似三角形對應邊成比例的觀念，應用於實物的測量。

Try！Try！ 迷思概念的澄清！（閱讀本章之前，請先測試一下你的觀念對不對！）

（╳）1.有兩個五邊形其對應角相等，則必為相似圖形。
Teacher says：四邊(含)以上多邊形必須同時滿足對應角相等、對應邊成比例才相似。

（╳）2.在△ABC 中，D、E 兩點分別在 $\overline{AB}$、$\overline{AC}$ 上，若 $\dfrac{\overline{AD}}{\overline{AB}}=\dfrac{\overline{DE}}{\overline{BC}}$，則 $\overline{DE}$ P $\overline{BC}$。

Teacher says：$\dfrac{\overline{AD}}{\overline{AB}}=\dfrac{\overline{DE}}{\overline{BC}}$ 不一定 $\overline{DE}\,//\,\overline{BC}$（如圖）。



（╳）3.兩相似三角形通常依據 AA、ASA、SSS 三種原則證明相似。
Teacher says：AA、SAS、SSS。

能力一：相似形的基本觀念（圖形的放大與縮小）

一、相似形基本觀念

（一）相似形對應關係

邊數相同的兩多邊形相似，則：

1.對應角相等

2.對應邊成比例

（二）相似三角形條件

1.三角形對應相等。（AA 相似）

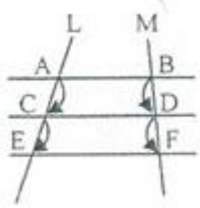
2.一角對應相等，且夾此角的兩邊成比例。（SAS 相似）

3.三邊對應成比例。（SSS 相似）

二、相似形比例性質

（一）平行線截線段長成比例

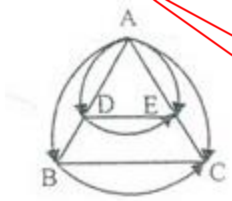
$\overline{AB}\,//\,\overline{CD}\,//\,\overline{EF} \Leftrightarrow \overline{AC}:\overline{CE}=\overline{BD}:\overline{DF}$



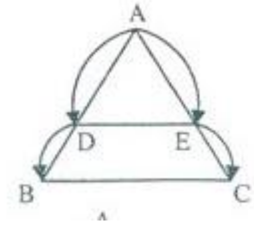
（二）三角形兩邊截成比例性質

1. $\overline{DE} // \overline{BC} \Rightarrow \dfrac{\overline{AD}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{AE}}{\overline{AC}} = \dfrac{\overline{DE}}{\overline{BC}}$

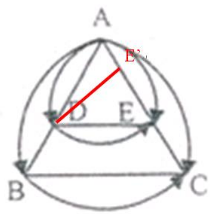
箭頭方向使用單向



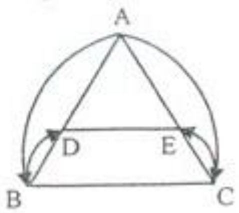
2. $\overline{DE} // \overline{BC} \Leftrightarrow \dfrac{\overline{AD}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{AE}}{\overline{EC}}$



◎ 注意：$\dfrac{\overline{AD}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{DE}}{\overline{BC}}$ 不一定 $\overline{DE} // \overline{BC}$（如下圖）



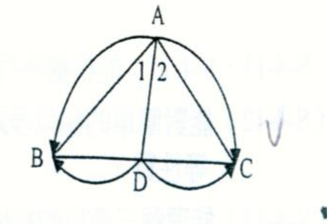
3. $\overline{DE} // \overline{BC} \Leftrightarrow \dfrac{\overline{AB}}{\overline{BD}} = \dfrac{\overline{AC}}{\overline{EC}}$



（三）三角形內分比與外分比性質

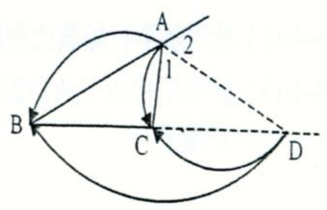
1. 內分比：

△ABC 中 $\angle 1 = \angle 2 \Leftrightarrow \dfrac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \dfrac{\overline{DB}}{\overline{DC}}$



2.外分比：

△ABC 中 $\angle 1 = \angle 2 \Leftrightarrow \dfrac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \dfrac{\overline{DB}}{\overline{DC}}$



（四）直角三角形母子相似定理

若△ABC 中，$\angle C = 90^\circ$，$\overline{CD} \perp \overline{AB}$ 於 D，則：

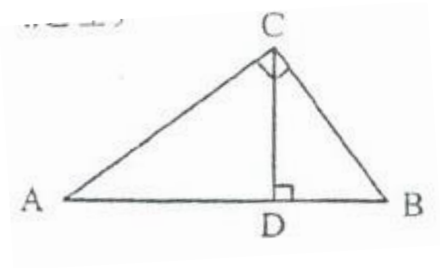
1.△ABC～△ACD～△CBD

2.（1）$\overline{CD}^2 = \overline{AD} \times \overline{BD}$

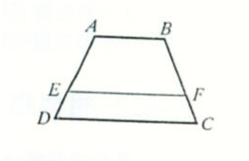
（2）$\overline{AC}^2 = \overline{AB} \times \overline{AD}$　　（直角三角形之比例中項性質）

（3）$\overline{BC}^2 = \overline{BA} \times \overline{BD}$

3. $\overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2$（畢氏定理）



（五）（1）如圖（四），在梯形 ABCD 中，若 $\overline{AB} // \overline{EF}$ $\overline{DE} // \overline{CD}$，則 $\overline{AE}$ ： $\overline{ED}$ ＝ $\overline{BF}$ ： $\overline{FC}$



（2）承（1），若 $\overline{AB}$ ＝a、$\overline{CD}$ ＝b、 $\overline{AE}$ ： $\overline{ED}$ ＝m：n，則 $\overline{EF} = \dfrac{na+mb}{m+n}$ 。

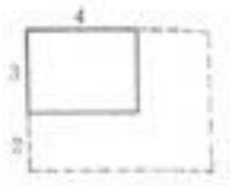
（六）相似兩三角形：

（1）對應邊長之比＝對應高之比＝對應分角線之比＝對應中線之比。

（2）對應面積比＝對應邊長平方比。

講解一：【相似形的意義】

如右圖所示，長方形長為 4，寬為 3，若將寬增加 2，且所得的長方形與原長方形相似，那麼長要增加多少？



詳解》設長要增加 x，則 3：4＝（3＋2）：（4＋x）

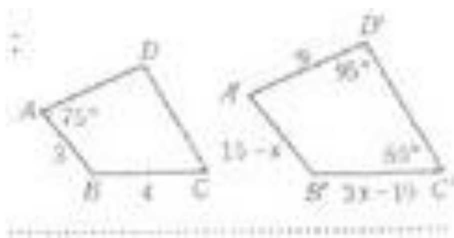
3（4＋x）＝4（3＋2），12＋3x＝20，3x＝8

$\therefore x = \dfrac{8}{3}$

練習一：

如右圖，四邊形 ABCD～四邊形 $A'B'C'D'$ ，求：

（1） $\overline{B'C'}$ ＝？



（2）$\overline{CD}$ ：$\overline{C'D'}$ ＝？

（3）$\overline{AD}$ ＝？

（4）∠B＝？

詳解》（1）$\because \dfrac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}}=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}}$　　$\therefore \dfrac{3}{15+x}=\dfrac{4}{3x-19}$ ，

$3(3x-19)=4(15-x)$，$9x-57=60-4x$，$13x=117$

$\therefore x=9$ ⇨ $\overline{B'C'}=3\times 9-19=8$

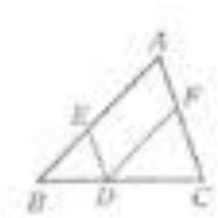
（2）$\because \overline{CD}:\overline{C'D'}=\overline{BC}:\overline{B'C'}=4:8=1:2$

（3）$\because \overline{AD}:\overline{A'D'}=\overline{CD}:\overline{C'D'}$ ，即 $\overline{AD}:9=1:2$　$\therefore \overline{AD}=4.5$

（4）$\angle B=\angle B'=360^\circ-75^\circ-60^\circ-95^\circ=130^\circ$

講解二：【相似形比例線段性質】

D 是△ABC 的 $\overline{BC}$ 上任意一點，若由 D 點作 $\overline{DE}\,//\,\overline{AC}$ ，$\overline{EF}\,//\,\overline{AB}$ 交 $\overline{AB}$ 、$\overline{AC}$ 於 E、F 兩點，（1）試說明 $\overline{AE}:\overline{EB}=\overline{CF}:\overline{FA}$ 。



（2）若 $\overline{AE}=2x-5$，$\overline{EB}=4x-14$，$\overline{CF}=3$，則 $\overline{EB}$ ＝？

詳解》（1）①$\because \overline{DE}\,//\,\overline{AC}$　$\therefore \overline{AE}:\overline{EB}=\overline{CD}:\overline{DB}$

②又 $\overline{DF}\,//\,\overline{AB}$　$\therefore \overline{CD}:\overline{DB}=\overline{CF}:\overline{FA}$

$\therefore \overline{AE}:\overline{EB}=\overline{CF}:\overline{FA}$

（2）$(2x-5):(4x-14)=3:2$

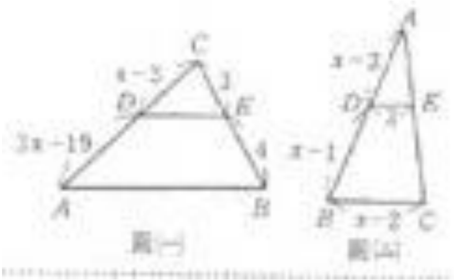
$3(4x-14)=2(2x-5)$，$12x-42=4x-10$

$8x=32$ ⇨ $x=4$　故 $\overline{EB}=4\times 4-14=2$

練習二

（1）如圖（一），在△ABC 中，$\overline{DE}\,//\,\overline{AB}$ ，求 x 和 $\overline{AC}$ 。

（2）如圖（二），在△ABC 中，$\overline{DE}\,//\,\overline{BC}$ ，$\overline{AD}=x-3$，$\overline{BD}=x-1$，$\overline{BC}=x-2$，$\overline{DE}=3$，則 x＝？ $\overline{AB}$ ＝？



詳解》

（1）$\overline{DE}\,//\,\overline{AB}$　$\therefore \overline{CD}$ ： $\overline{DA}=\overline{DE}$ ： $\overline{EB}$

⇨（x－3）:（3x－19）＝3：4，

3（3x－19）＝4（x－3），9x－57＝4x－12，

5x＝45　∴＝9

⇨ $\overline{AC}$ ＝x－3＋3x－19＝4x－22＝4×9－22＝14

（2）$\because \overline{DE}\,//\,\overline{BC}$

$\therefore \dfrac{\overline{AD}}{\overline{AB}}=\dfrac{\overline{DE}}{\overline{BC}}$ ， $\dfrac{x-3}{(x-3)+(x-1)}=\dfrac{3}{x-2}$ ，

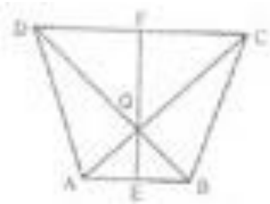
（x－3）（x－2）＝3（2x－4），（x－3）（x－2）＝6（x－2）

∵x≠2，x－3＝6⇨ x＝9

故 $\overline{AB}$ ＝（x－3）＋（x－1）＝2x－4＝2×9－4＝14

講解三：【相似形的應用】

下圖中，四邊形「ABCD」是一個梯形，線段「EF」是梯形的高。而且對角線「AC」、對角線「EF」三條線段同時相交在「G」點。線段「AB」長 3 公分；線段「CD」長 9 公分；線段「EG」長 2 公分。請問，線段「GF」長多少公分？



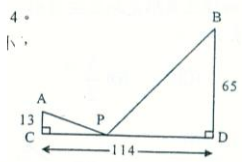
Sol）因 $\overline{AC}$ 、BD 與 $\overline{CF}$ 交於 G，則 ABCD 為等腰梯形，且 F 為 $\overline{CD}$ 中點，E 為 $\overline{AB}$ 中點。如圖△GDF～△GBE

$\therefore \overline{GF}$ ： $\overline{GE}=\overline{DF}$ ： $\overline{BE}=\dfrac{1}{2}\overline{CD}$ ： $\dfrac{1}{2}\overline{AB}=\dfrac{9}{2}$ ： $\dfrac{3}{2}$ ＝3：1

$\therefore \overline{GF}=\overline{GE}\times 3=2\times 3=6$

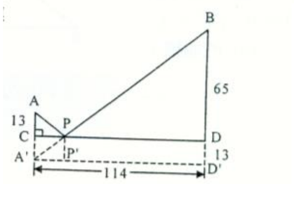
練習三

右圖中， $\overline{AC}$ ＝13， $\overline{BD}$ ＝65， $\overline{CD}$ ＝114，若 P 點在 $\overline{CD}$ 上，使得 $\overline{AP}+\overline{PB}$ 的值最小，則 $\overline{CP}$ ＝？



詳解》

如圖，取 A' 點，使 $\overline{A'C}=\overline{AC}$ ，則連接 $\overline{A'B}=\overline{AP}+\overline{PB}$ 之最小值（直線）



又 $\overline{CP}=\overline{A'P'}$ 且 $\dfrac{\overline{A'P'}}{\overline{A'D'}}=\dfrac{\overline{PP'}}{\overline{BD'}}=\dfrac{13}{13+65}$

故 $\overline{CP}=114\times\dfrac{13}{78}=114\times\dfrac{1}{6}=19$

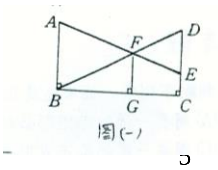
【十分鐘練習】

（D）1.如圖（一）， $\overline{AB}$ ＝30， $\overline{DE}$ ＝20， $\overline{CE}$ ＝10，則 $\overline{FG}$ ＝　（A）25 （B）15 （C）20 （D）18。

Sol）∵△FAB～△FED

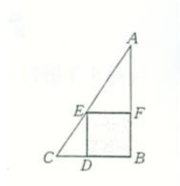
$\therefore \overline{BF}$ ： $\overline{FD}\;\overline{AB}$ ： $\overline{DE}$ ＝30：20＝3：2

又 $\overline{FG}\,//\,\overline{CD}$　$\therefore \overline{FG}$ ： $\overline{CD}=\overline{BF}$ ： $\overline{BD}$

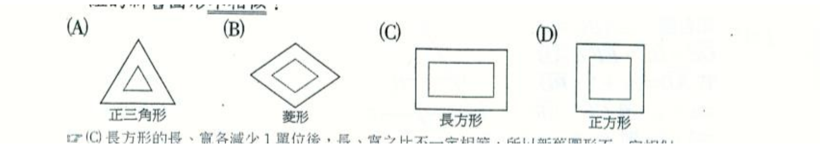


⇨ $\overline{FG}$ ：30＝3：5　∴ $\overline{FG}$ ＝18

（C)2.某人想從一塊兩股長分為別 30 公分與 20 公分的直角三角形紙板中切割出一塊正方形紙板，而且這塊正方形的兩個鄰邊恰好在直角三角形的兩股上（如右圖所示)，請問這塊正方形紙板的邊長是多少公分？（A）8（B）10（C）12（D）15



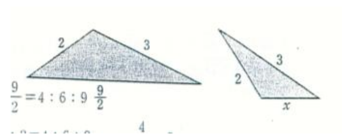
（C）3.下列圖形各邊分別平行往內減 1 單位後，得到另一個較小的圖形，則下列哪一組的新舊圖形不相似？



☞（C）長方形的長、寬各減少 1 單位後，長、寬之比不一定相等，所以新舊圖形不一定相似。

（B）4.已知右圖中的兩個三角形是相似三角形，且 $0<x<2$，求 x＝？

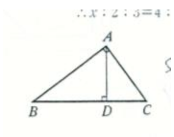
（A）1（B）$\frac{4}{3}$　（C）2　（D）$\frac{5}{2}$



☞2：3：$\frac{9}{2}$ ＝4：6：9

∴x：2：3＝4：6：9⇨ $x=\frac{4}{3}$

（A）5.如右圖，△ABC 中，∠BAC＝90°，$\overline{AD}\perp\overline{BC}$ ，若 $\overline{BD}$ ＝9，$\overline{DC}$ ＝4，求△ABC 的面積；（A）39（B）42（C）45（D）48



Sol）∵∠BAC＝90°，且 $\overline{AD}\perp\overline{BC}$

∴ $\overline{AD}^2=\overline{BD}\times\overline{DC}$ ＝9×4＝36

→ $\overline{AD}$ ＝±6（負不合）

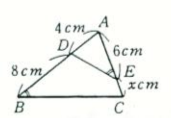
（1）△ABC 的面積＝ $\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AD}=\frac{1}{2}\times13\times6=39$

【基本觀念題】

（C）1.判斷下列哪一個敘述是正確的？（A）周長一樣的兩矩形必相似 （B）周長一樣的兩菱形必相似（C）周長一樣的兩正形必相似 （D）周長一樣的兩等腰梯形必相似

☞∵周長一樣的兩正方形其邊長相長、內角均為 90°　∴相似

（B）2.右圖中，∠ABC，則 x＝？（A）1　（B）2　（C）3　（D）4

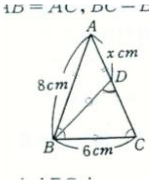


Sol）在△AED 和△ABC 中∵∠A＝∠A，∠AED＝∠ABC

∴△AED～△ABC（AA 相似）

∴ $\overline{AE}$ ： $\overline{AB}$ ＝ $\overline{AD}$ ： $\overline{AC}$ ，即 6：12＝4：(6＋x)， 6（6＋x）＝12×4，36＋6x＝48，6x＝12　∴x＝2

（A）3.下圖中，$\overline{AB}=\overline{AC}$，$\overline{BC}=\overline{BD}$，則 x＝？（A）3.5　（B）7　（C）10.5　（D）14



Sol）在△ABC 和△BCD 中　∵$\overline{AB}=\overline{AC}$，$\overline{BC}=\overline{BD}$

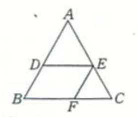
∴∠ABC＝∠C＝∠CDB　∴△ABC～△BCD（AA 相似）

→$\overline{AB}:\overline{BC}=\overline{BC}:\overline{CD}$

即 8：6＝6：(8－x)，36＝8（8－x)，36＝64－8x，8x＝28

∴x＝3.5

（D）4.如右圖，△ABC 中，$\overline{DE}\,/\!/\,\overline{BC}$，$\overline{EF}\,/\!/\,\overline{AB}$，若 $\overline{AD}$＝2x＋1，$\overline{BD}$＝x＋2，且 $\overline{CF}:\overline{BF}$＝3：5，則 x＝？（A）4　（B）5　（C）6　（D）7

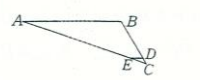


Sol）∵$\overline{DE}\,/\!/\,\overline{BC}=\overline{BD}$，$\overline{EF}\,/\!/\,\overline{AB}$

$$\frac{\overline{AD}}{\overline{DB}}=\frac{\overline{AE}}{\overline{EC}}=\frac{\overline{BF}}{\overline{FC}}\rightarrow\frac{2x+1}{x+2}=\frac{5}{3}$$

6x＋3＝5x＋10，x＝7

（D）5.某人想知道河岸兩側 A、B 兩點的距離，於是他先在與 B 點同側的河岸上選一點 C，連接 $\overline{AC}$、$\overline{BC}$，在 $\overline{BC}$ 上取一點 D，過 D 點作 $\overline{AB}$ 的平行線交 $\overline{AC}$ 於 E，今量得 $\overline{CD}$＝0.35 公尺、$\overline{DE}$＝1 公尺、$\overline{BC}$＝14 公尺，則 $\overline{AB}$ 長多少公尺？（A）10　（B）20　（C）30　（D）40（公尺）



Sol）∵$\overline{DE}\,/\!/\,\overline{AB}$　∴$\dfrac{\overline{DE}}{\overline{AB}}=\dfrac{\overline{CD}}{\overline{CB}}$

$\dfrac{1}{\overline{AB}}=\dfrac{0.35}{14}$⇨$\overline{AB}$＝40（公尺）

（D）6.已知△ABC～△EFD，且 2∠4：4：9

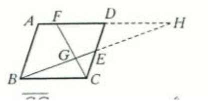
⇨∠A：∠B＝$\dfrac{4}{2}:\dfrac{9}{3}$＝2：3　由 2∠B：3∠C＝2：5

⇨6∠C＝10∠B⇨3∠C＝5∠B　⇨∠B：∠C＝3：5

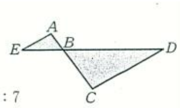
故∠A：∠B：∠C＝2：3：5　設∠A＝2r，∠B＝3r，∠C＝5r

由 2r＋3r＋5r＝180°　⇨ r＝18°　∴∠D＝∠C＝5r＝5×18°＝90°

（B）7.如右圖，在平行四邊形 ABCD 中，若 $\overline{CE}=\overline{DE}$，$\overline{DF}=3\overline{AF}$，$\overline{BE}$ 與 $\overline{CF}$ 相交於 G，求 $\dfrac{\overline{CG}}{\overline{FG}}$＝？（A）$\dfrac{4}{3}$　（B）$\dfrac{4}{7}$　（C）$\dfrac{4}{9}$　（D）$\dfrac{4}{13}$



（A）8.如右圖，已知 $\overline{AE}\,/\!/\,\overline{CD}$，且 $\overline{AB}$＝1.5，$\overline{BC}$＝3.5，$\overline{DE}$＝10，則 $\overline{BD}$＝？

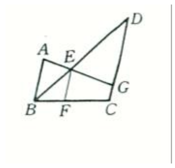


（A）7 （B）10 （C）12 （D）15

☞$\because \overline{AE}//\overline{CD}$　$\therefore$△ABE～△CBD（AA 相似）

⇨$\overline{BE}:\overline{BD}=\overline{AB}:\overline{BC}=1.5:3.5=3:7$　$\therefore \overline{BD}=10\times\frac{7}{3+7}=7$

（C）9.如右圖，$\overline{AB}//\overline{CD}//\overline{EF}$，若$\overline{AB}=16$，$\overline{CG}=6$，$\overline{DG}=24$，則$\overline{EF}=$？



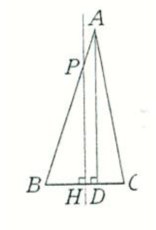
（A）10 （B）11 （C）12 （D）13

Sol）（1）$\because \overline{AB}//\overline{CD}$　$\therefore$△ABF～△GDE

$\therefore \overline{BE}:\overline{DE}=\overline{AB}:\overline{DG}=16:24=2:3$

（2）$\because \overline{EF}//\overline{CD}$　$\therefore \overline{EF}:\overline{CD}=\overline{BE}:\overline{BD}$　即$\overline{EF}$：（24＋6）＝2：（2＋3）　$\overline{EF}=12$

（D）10.如右圖，在△ABC 中，$\overline{BC}$的中垂線分別與$\overline{AB}$、$\overline{BC}$交於 P、H 兩點。若$\overline{BP}=9$、$\overline{AP}=3$、$\overline{BC}=6$、$\overline{PH}=6\sqrt{2}$，則△ABC 的面積為何？



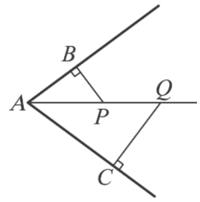
（A）27 （B）36 （C）$6\sqrt{2}$ （D）$24\sqrt{2}$（91 基測二）

Sol）作$\overline{AD}\perp\overline{BC}$於 D　$\because \overline{PH}\perp\overline{BC}$　$\therefore \overline{PH}//\overline{AD}$⇨$\overline{PH}:\overline{AD}=\overline{BP}:\overline{AB}$

$\therefore 6\sqrt{2}:\overline{AD}=9:(9+3)$，$\overline{AD}=8\sqrt{2}$　$\therefore$△ABC 面積$=\frac{8\sqrt{2}\times 6}{2}=24\sqrt{2}$（平方單位）

【溫故歷屆基測試題】

（B）1.如圖，$\overline{AQ}$為∠BAC 的角平分線，P 在$\overline{AQ}$上，且$\overline{PB}\perp\overline{AB}$、$\overline{QC}\perp\overline{AC}$。若$\overline{PB}=3$、$\overline{QC}=9$、$\overline{AP}=5$，則$\overline{PQ}=$？　（A）7（B）10（C）12（D）15。【94.基測一】



Sol)$\because \overline{AQ}$為∠BAC 之角平分線，$\therefore$∠PAB=∠PAC 又∠B=∠C=90°，

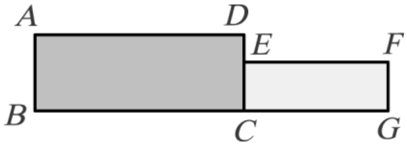
$\therefore$△BAP：△CAQ$\Rightarrow \overline{AP}:\overline{AQ}=\overline{BP}:\overline{CQ}$，$\therefore 5:\overline{AQ}=3:9\Rightarrow \overline{AQ}=5\times 3=15$，

$\overline{PQ}=15-5=10$。

（D）2.有甲、乙、丙、丁、戊五塊三角形紙板，已知各紙板其中的兩內角分別為甲：55°、80°，乙：55°、45°，丙：45°、80°，丁：55°、65°，戊：45°、55°。在甲、乙、丙、丁四塊紙板中，哪一塊與戊<u>不相似</u>？　（A）甲（B）乙（C）丙（D）丁。【95.基測一】

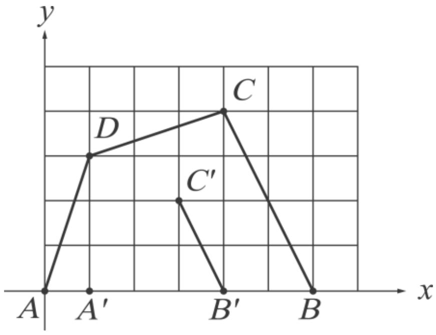
Sol) 甲:45°, 55°, 80°; 乙:45°, 55°, 80°; 丙:45°, 55°, 80°;
丁:55°, 60°, 65°;戊:45°, 55°, 80° ⇒ 甲,乙,丙,戊皆為相似形

（D）3.如圖的兩長方形 ABCD、ECGF 為相似形，且 $\overline{AD}$ 的對應邊為 $\overline{EF}$ 。若 $\overline{AB}$ ＝6，$\overline{FG}$ ＝4，$\overline{BG}$ ＝ 25，則兩長方形的面積和為何？　（A）115（B）120（C）125（D）130。【95.基測二】



Sol) 相似形對應邊長成比例 ⇒ $\overline{AD}:\overline{EF}=\overline{AB}:\overline{FG} \Rightarrow 6:4=3:2$
$\Rightarrow \overline{BC}=25\times\dfrac{3}{3+2}=15,\ \overline{CG}=25-15=10$, 面積和$=6\times15+4\times10=130$

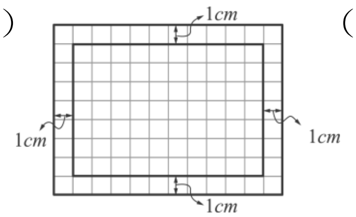
（B）4.如圖，有一四邊形 *ABCD* 的頂點坐標分別為 *A*（0，0）、*B*（6，0）、*C*（4，4）、*D*（1，3）。如果畫另一四邊形 *A'B'C'D'* 與四邊形 *ABCD* 相似，且其頂點坐標分別為 *A'*（1，0）、*B'*（4，0）、*C'*（3，2），*D'*（*s*，*t*），則 *s*＋*t*＝？　（A）2（B）3（C）$\dfrac{7}{2}$（D）4。【91.基測一】



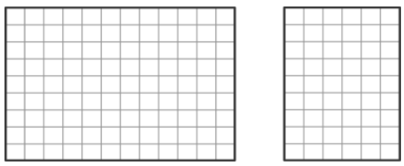
Sol) $\overline{AB}:\overline{A'B'}=6:3=2:1$, D'點$\left(1+\dfrac{1}{2},\ \dfrac{3}{2}\right)=\left(\dfrac{3}{2},\ \dfrac{3}{2}\right)$

（D）5.下列每個選項中都有兩個長方形。根據圖中所給的方格紙、數據，判斷哪一個選項中的兩個長方形是相似的？【91.基測二】

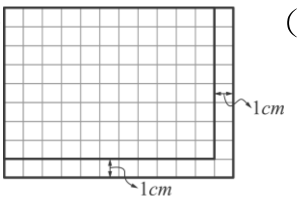
（A）



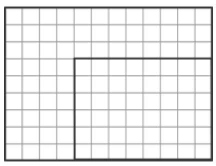
（B）



（C）

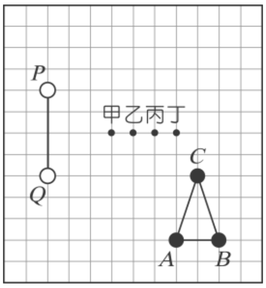


（D）



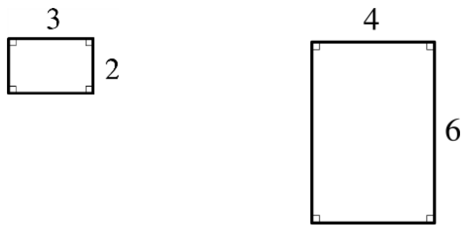
Sol) 兩長方形長,寬的比值 $\Rightarrow \dfrac{12}{8}=\dfrac{9}{6}=\dfrac{3}{2}$ ∴為相似多邊形 。

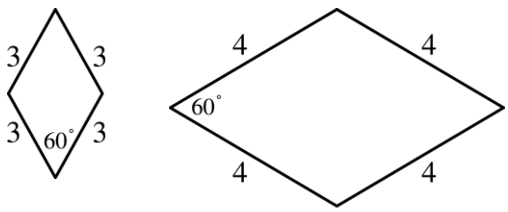
（D）6.如圖，棋盤上有 *A*、*B*、*C* 三個黑子與 *P*、*Q* 兩個白子。請問第三個白子 *R* 應放在下列哪一個位置，才會使得△*ABC*～△*PQR*？　（A）甲（B）乙（C）丙（D）丁。【92.基測一】

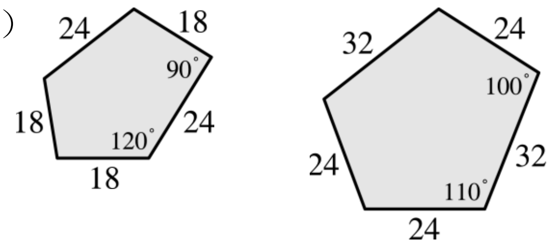


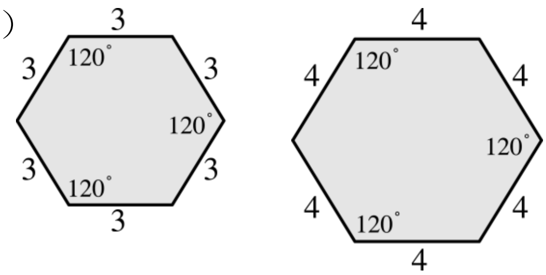
Sol) Q △ABC : △PQR, $\overline{AB}$:$\overline{PQ}$=2:4=1:2
∴ C到$\overline{AB}$的距離 : R到$\overline{PQ}$ 的距離=1:2=3:6

（C）7.下列哪一個選項中的兩個圖形不是相似形？【93.基測二】

（A）


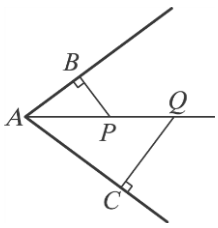
（B）


（C）


（D）


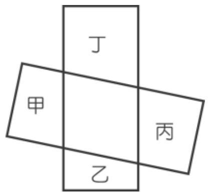
Sol)相似多邊形必須符合對應邊成比例、對應角相等。

（B）8.如圖，$\overline{AQ}$ 為∠BAC 的角平分線，P 在 $\overline{AQ}$ 上，且 $\overline{PB}$ ⊥ $\overline{AB}$ 、$\overline{QC}$ ⊥ $\overline{AC}$ 。若 $\overline{PB}$ ＝3、$\overline{QC}$ ＝9、$\overline{AP}$ ＝5，則 $\overline{PQ}$ ＝？ （A）7（B）10（C）12（D）15。【94.基測一】



Sol) Q $\overline{AQ}$為∠BAC的角平分線 ∴ ∠PAB=∠PAC 又∠B=∠C=90°
∴ ΔBAP : ΔCAQ ⇒ $\overline{AP}$:$\overline{AQ}$=$\overline{BP}$:$\overline{CQ}$ ⇒ 5:$\overline{AQ}$=3:9
⇒ $\overline{AQ}$=5×3=15, $\overline{PQ}$=15-5=10

（D）9.如圖是兩全等長方形玻璃板放置的情形，其中分成甲、乙、丙、丁四塊梯形及一塊平行四邊形。若甲、乙、丙、丁的面積比為 4：3：5：6，則此四梯形的關係，下列敘述何者正確？（A）甲乙相似（B）甲丙相似（C）乙丁相似（D）甲乙丙丁均不相似。【94.基測一】

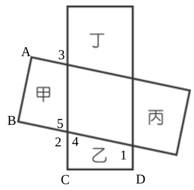


Sol) $\angle 1=\angle 2$ 又$\angle 2=\angle 3 \Rightarrow \angle 1=\angle 3$又$\angle 4=\angle 5$

且矩形四內角為直角,故甲與乙四內角對應相等,

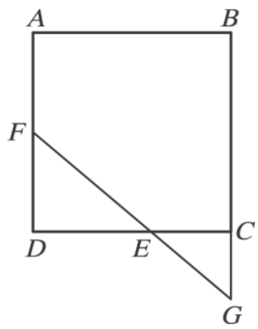
但$\overline{AB}$: $\overline{CD}$=1:1又甲:乙=4:3 ∴對應邊不成比例

⇒甲以不相似且甲與丙,乙,丁均不相似



（A）10.如圖，四邊形 ABCD 是正方形，E、F 兩點分別在$\overline{CD}$、$\overline{AD}$上，延長$\overline{EF}$交直線 BC 於 G 點。

若$\overline{AB}$＝12，$\overline{DE}$＝8，$\overline{DF}$＝6，則四邊形 AFGB 面積為何？（A）126（B）132（C）140（D）144。【94.基測二】



$\overline{CE}=\overline{CD}-\overline{DE}=4$, Q ΔDEF : ΔCEG, 又$\Delta DEF=\frac{1}{2}\times 6\times 8=24$,

sol) ΔDEF面積: ΔCEG面積$=\overline{DE}^2:\overline{CE}^2 \Rightarrow 24: \Delta CEG=8^2:4^2=4:1$, $\Delta CEG=24\div 4=6$

AFGB面積$=12^2-24+6=126$

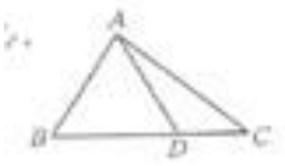
【模擬學力測驗試題】

（A）1.有一長方形的花圃，長、寬分別為 30 公尺、20 公尺，今在其內部開闢一條步道，如右圖所示，已知剩餘的花圃與原來的長方形相似，求 x＝？（A）2 （B）4 （C）6 （D）8

Sol）（30－3x2）:（20－2x）＝30：20

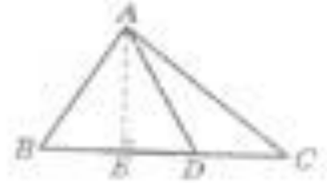
480＝600－60x，x＝2

（D）2.在右圖，在△ABC 中，∠BAC＝90°，$\overline{AB}$＝8，$\overline{AC}$＝15，以 A 為圓心，$\overline{AB}$長為半徑畫弧交$\overline{BC}$於 D，則$\overline{BD}$的長＝？（A）$\frac{98}{17}$ （B）$\frac{108}{17}$ （C）$\frac{118}{17}$ （D）$\frac{128}{17}$



Sol）$\because \overline{BC}=\sqrt{8^2+15^2}=17$

設 $\overline{BE}=x$，則 $\overline{CE}=17-x$

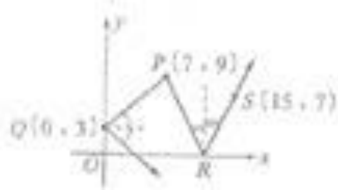


$\because \overline{AB}^2-\overline{BE}^2=\overline{AE}^2=\overline{AC}^2-\overline{CE}^2$

則 $8^2-x^2=15^2-(17-x)^2$

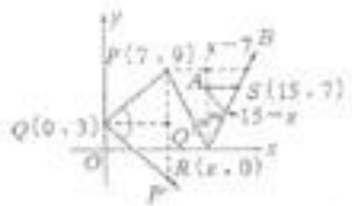
$34x=128 \quad \therefore x=\dfrac{128}{34}=\dfrac{64}{17} \Rightarrow \overline{BD}$ 的長 $=\dfrac{64}{17}\times 2=\dfrac{128}{17}$

（C）3.如右圖，在座標平面上有兩條光線從 P（7,9）射出，其中一條碰到 y 軸上一點 Q（0,3）後繼續前進，另外一條射出後碰到 x 軸上的 R 點，在經過 S（15，7）後繼續前進，請問 R 點座標？（A）$\dfrac{25}{2}$ （B）$\dfrac{25}{3}$ （C）$\dfrac{23}{2}$ （D）$\dfrac{23}{3}$



Sol）設 R 點座標為（x，0），因 $\overline{ST}\,/\!/\,\overline{AB}$，$\dfrac{15-x}{x-7}=\dfrac{7}{9}$，得 $x=\dfrac{23}{2}$

$\therefore$R 點座標為（$\dfrac{23}{2}$，0）



（B）4.如右圖，△ABC 中，$\overline{DE}\,/\!/\,\overline{BC}$，$\overline{EF}\,/\!/\,\overline{CD}$，假設 $\overline{AF}=12$，$\overline{AB}=27$，求 $\overline{AD}=$？

Sol）$\because \overline{DE}\,/\!/\,\overline{BC}$，$\overline{EF}\,/\!/\,\overline{CD}$

$\therefore \dfrac{\overline{AD}}{\overline{AB}}=\dfrac{\overline{AE}}{\overline{AC}},\dfrac{\overline{AF}}{\overline{AD}}=\dfrac{\overline{AE}}{\overline{AC}} \Rightarrow \dfrac{\overline{AD}}{\overline{AB}}=\dfrac{\overline{AF}}{\overline{AD}},\overline{AD}^2=\overline{AF}\times\overline{AB}=12\times 27$

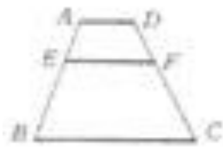
$\therefore \overline{AD}=\sqrt{12\times 27}=18$

（A）5.四邊形ＡＢＣＤ的各邊長分別為 18 公分、9 公分、12 公分、21 公分，另一相似四邊形 A`B`C`D` 的最短邊長為 6 公分，則四邊形 A`B`C`D`之周長為（A）40 公分 （B）50 公分 （C）75 公分（D）90 公分

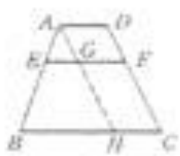
設 A`B`C`D`之周長為 x 公分

則 9：6＝（18＋9＋12＋21）：x⇒3：2＝60：x $\quad\therefore$x＝40

（B）6.如右圖，梯形 ABCD 中，$\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$，$\overline{EF}\,/\!/\,\overline{BC}$ 若 $\overline{AE}\,/\!/\,\overline{BE}=1:2$，$\overline{AD}=3$，$\overline{BC}=9$，則 $\overline{EF}=$（A）4（B）5 （C）6（D）7



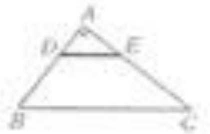
Sol）$\because$作 $\overline{AH}\,/\!/\,\overline{CD}$，交 $\overline{EF}$ 於 G，交 $\overline{BC}$ 於 H 則 $\overline{CH}=\overline{FG}=\overline{AD}=3 \because \overline{BH}=9-3=6$，又 $\overline{EG}:\overline{BH}=\overline{AE}:\overline{AB} \because \overline{EG}:6=1:(1+2) \Rightarrow \overline{FG}=2 \because \overline{EF}=2+3=5$



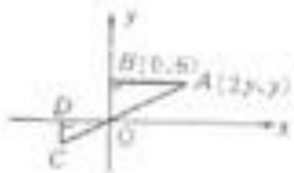
（C）7. △ABC 中，$\angle A=90^\circ$，$\overline{AB}=9$，$\overline{AC}=12$，$\overline{DE}\,//\,\overline{BC}$ 且 $\overline{DE}$ 分別交 $\overline{AB}$、$\overline{AC}$ 於 D、E 兩點，若 $\overline{AD}=3$，則四邊形 BDEC 的面積＝（A）34（B）36（C）48（D）64

Sol）∵ $\overline{DE}\,//\,\overline{BC}$ ∴ $\overline{AD}:\overline{AB}=\overline{AE}:\overline{AC}$ 即 3：9＝ $\overline{AE}$：12 $\Rightarrow \overline{AE}=4$

∴四邊形 BDEC 的面積＝△ABC 面積－△ADE 面積＝ $\frac{1}{2}\times9\times12-\frac{1}{2}\times3\times4=48$



（B）8.如右圖，C、O、A 共線，$\overline{AB}\perp$ y 軸，$\overline{CD}\perp$ x 軸，若△ABO＝2△ODC，求 C 點座標。（A）（$-6\sqrt{2}$，$3\sqrt{2}$）（B）（$-6\sqrt{2}$，$-3\sqrt{2}$）（C）（$-3\sqrt{2}$，$-6\sqrt{2}$）（D）（$3\sqrt{2}$，$-6\sqrt{2}$）



Sol）∵ $\overline{AB}\perp$ y 軸，且 A（2y,y）、B（0，6）

∴y＝6 ⇒ A（12，6）

∵ $\overline{CD}\perp$ x 軸 ∴△ABO～△ODC 又△ABO＝2△ODC

∴ $\frac{\overline{DC}}{\overline{BO}}=\frac{\overline{OD}}{\overline{AB}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$ 故 C（$-6\sqrt{2}$，$-3\sqrt{2}$），D（$-6\sqrt{2}$，0）

（ C ）9.在直角座標平面上，A（0，0）、B（12，0）、C（8，8），若△ABC～△AB\`C\`，$\overline{AB}$：$\overline{AB`}$＝1：2，且 B\`在 x 軸上，則 B\`點座標為何呢？

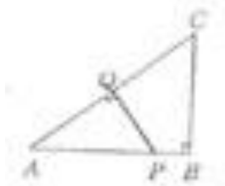
（A）（±22，0） （B）（±23，0）

（C）（±24，0） （D）（±25，0）

Sol）設 B\`（x，0）∵ $\overline{AB}$：$\overline{AB`}$＝1：2 即 12：$|x|=1:2$，$|x|=24$ ∴x＝±24

∴B\`（24，0）或（－24，0）

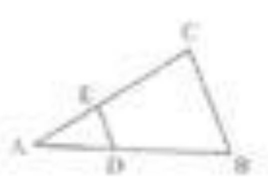
（C）10.如圖（十八），△ABC 中，$\angle B=90^\circ$，$\overline{PQ}\perp\overline{AC}$，$\overline{AB}=8$公分，$\overline{BC}=6$公分，△APQ 面積為△ABC 面積的一半，則 $\overline{PQ}$＝？



（A）$\sqrt{2}$（B）$2\sqrt{2}$（C）$3\sqrt{2}$（D）$5\sqrt{2}$

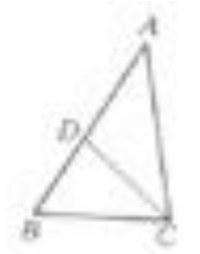
Sol）∵△APQ～△ACB ∴ $\overline{PQ}^2:\overline{BC}^2=1:2$ 即 $\overline{PQ}^2:6^2=1:2$ ∴ $\overline{PQ}=3\sqrt{2}$

【進階練習題】



（D）1.如圖所示，△ABC 的面積是 12 平方公分，∠BAC＝30°，且 $\overline{AD}:\overline{DB}=\overline{AE}:\overline{EC}=1:2$，若四邊形 DBCE 的面積是 a 平分公分，請問下列敘述何者正確？(A)0＜a ≤ 4(B)4＜a ≤ 6(C)6＜a ≤10(D)a>10 ≤4

Sol） $\overline{AD}:\overline{DB}=\overline{AE}:\overline{EC}=1:2$，可得 $\frac{\Delta ADE}{\Delta ABC}=\left(\frac{1}{1+2}\right)^2=\frac{1}{9}$，又已知△ABC＝12 故△ADE＝$12\times\frac{1}{9}=\frac{12}{9}$ 即 a $=10\frac{2}{3}>10$

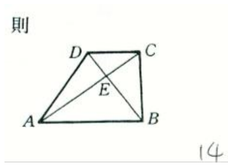


（C）2.如右圖，△ABC 中，∠BCD＝∠A，$\overline{AC}=8$，$\overline{AD}=5$，$\overline{BD}=4$，則$\overline{BC}$之長等於？

（A）4（B）5（C）6（D）7

∵∠BCD＝∠A，∠B＝∠B∴△ABC～△CBD⇒ $\overline{AB}:\overline{BC}=\overline{BC}:\overline{BD}$，即$9:\overline{BC}=\overline{BC}:4$，$\overline{BC}^2=36$∴$\overline{BC}=\pm6$（負數不合）

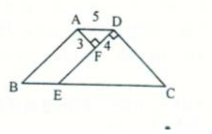
（B）3.如右圖，梯形 ABCD 中，$\overline{AB}//\overline{CD}$，△DCE：△DCB＝1：3，則△DCE：△DCB 是（A）1：2（B）1：4（C）1：6（D）1：8



∵△DCE：△DCB＝1：3

∴ $\overline{DE}:\overline{DB}=1:3\Rightarrow\overline{DE}:\overline{BE}=1:2$而$\Delta DCE\sim\Delta ABE$∴$\Delta DCE:\Delta ABE=\overline{DE}^2:\overline{BE}^2=1:4$

（C）4.如右圖 $\overline{AD}//\overline{BC}$，$\overline{AB}//\overline{DE}$，$\overline{AF}//\overline{CD}$且$\overline{AF}\perp\overline{DE}$，若$\overline{AD}=5$，$\overline{DF}=4$且YABED的面積是 36，則梯形 ABCD 的面積是：（A）70 平方單位（**B**）80 平方單位（C）90 平方單位（D）100 平方單位



Sol）

YABED面積＝$\overline{DE}\times\overline{AF}=36$，已知$\overline{AF}=3$，得$\overline{DE}=12$

而VADF與VCED相似，得面積比為$\overline{DF}^2:\overline{DE}^2=1:9$又VADF＝$\frac{1}{2}\times4\times3=6$

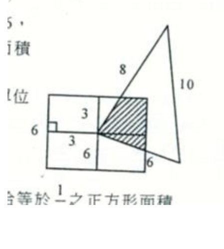
∴△CED＝54，故所求梯形 ABCD＝ YABED＋△CED＝36＋54＝90（平方單位）

（B）5.線段$\overline{AC}=1$，在$\overline{AC}$間找一點B，使得$\overline{AC}:\overline{AB}=\overline{AB}:\overline{BC}$，則$\overline{AB}/\overline{BC}$＝？

（A）$\frac{(\sqrt{5}-1)}{2}$（B）$\frac{(\sqrt{5}+1)}{2}$（C）$\frac{(\sqrt{3})-1}{2}$（D）$\frac{(\sqrt{3}+1)}{2}$

Sol） 設$\overline{AB}=x$，則$\overline{BC}=1-x$，得$\frac{1}{x}=\frac{x}{1-x}\Rightarrow x^2+x-1=0$，$x\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$（負不合）

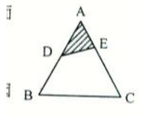
（C）6.每邊長為 6 的正方形與三邊長分別為，8，10 的直角三角形相交於斜線部分面積（如右圖）是：（A）7 平方單位（**B**）8 平方單位（C）9 平方單位（D）10 平方單位。



Sol）由圖形互補關係得所求斜線部分面積恰等於$\frac{1}{4}$之正方形面積故所求面積＝

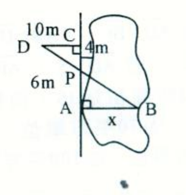
$\frac{1}{4}\times 6^2=9$

（A）7.設 D、E 分別為△ABC 的邊 $\overline{AB}$及$\overline{AC}$上的點，若$\overline{AD}=\overline{DB}$且$\overline{AE}=\frac{1}{2}\overline{EC}$，則△ADE 面積比四邊形 BCED 面積之底直為何？（A）$\frac{1}{5}$（B）$\frac{1}{6}$（C）$\frac{1}{2}$（D）1 。



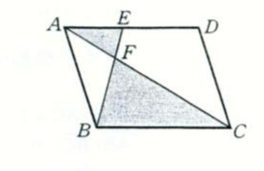
Sol）如圖，因 $\overline{AD}=\overline{DB}$ ，且$\overline{AE}=\frac{1}{2}\overline{EC}$，所以VADE面積 ∶VABC面積$=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}$∶1$=\frac{1}{6}$∶1＝1 ∶6，又四邊形 BCED 面積＝ VABC面積－VADE面積，因此所求$\frac{\text{VADE面積}}{\text{四邊形BCDE面積}}=\frac{1}{6-1}=\frac{1}{5}$

（A）8.測量人員，為了測量湖之寬度，將測量資料繪成下圖，請您替他算出湖寬$\overline{AB}$為：（A）15m（B）12m（C）10m（D）8m。



Sol）由△ABP～△CDP，因此邊長成比例，即$\frac{\overline{AB}}{\overline{AP}}=\frac{\overline{CD}}{\overline{CP}}\Rightarrow\frac{x}{6}=\frac{10}{4}\Rightarrow 4x=60\Rightarrow x=15$

（B）9.如右圖，ABCD 為平行四邊形， $4\overline{AE}=3\overline{DE}$ ，求VAEF ∶VBCF面積＝（A）3：7（B）9：49（C）16：25（D）16：49



Sol） ∵$4\overline{AE}=3\overline{DE}$ ∴$\overline{AE}$ ：$\overline{DE}$=3：4⇒$\overline{AE}$ ：$\overline{AD}$=3：（3＋4）=3：7

∴ $\overline{AE}$ ：$\overline{BC}$=3：7 ∴ VAEF面積：VBCF面積$=3^2$ ：7^2=9：49

（C）10.圖中，ABCD 及 EFGH 均為矩形，請問$\overline{EC}$的長為：（A）15cm（B）12cm（C）10cm（D）$10\sqrt{3}$ cm

Sol）由圖形可知，△ECD～△FDA 又

$\overline{AB}=\overline{CD}$=15cm，$\overline{DA}$=30cm，$\overline{FD}$=20cm因此$\frac{\overline{EC}}{\overline{CD}}=\frac{\overline{FD}}{\overline{DA}}$