Unit 17 四邊形的幾何推理

能力指標：◎（S-4-01）能根據給定的性質作局部推理。
◎（S-4-04）能根據性質瞭解某些圖形間的包含關係。
◎ (S-3-01）能使用形體的性質描述某一類形體。
◎（S-3-02）能指出合於所予性質的形體。
◎（S-3-05）能利用形體解決幾何問題。

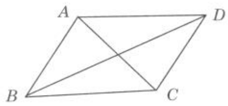
能力一：四邊形的性質

一、平行四邊形家族（平行四邊形、正方形、矩形、菱形）

（一）平行四邊形

定義：兩雙對邊分別平行的四邊形叫做平行四邊形。

性質：（1）任一對角線將平行四邊形分為兩個全等的三角形。
（2）兩組對邊相等。
（3）兩組對角相等。
（4）兩對角線互相平分。



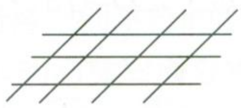
判別：（1）兩雙對邊互相平行。
（2）兩雙對邊相等。
（3）兩雙對角相等。
（4）對角線互相平分。
（5）一組對邊平行且相等。

其它：平行四邊形面積=底×高
平行四邊形個數：假設有一組平行線有 m條，另一組平行線有 n條，可決定：

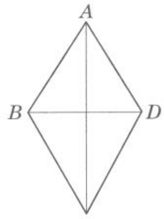
$$平行四邊形的個數=\frac{m\times(m-1)}{2}\times\frac{n\times(n-1)}{2}$$

eg：有兩組平行線,各有4條與3條平行線,可決定:

$$平行四邊形的個數=\frac{4\times(4-1)}{2}\times\frac{3\times(3-1)}{2}=18個$$



（二）菱形



定義：四邊相等的四邊形叫做菱形。

性質：（1）對角線平分其頂角。
（2）對角線互相垂直平分。
（3）四邊相等。

判別：菱形與正方形的判別在於，正方形四個角皆為直角。

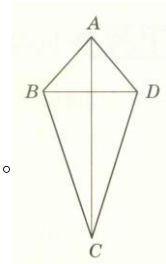
其它：假設菱形的對角線長為 a、b。

（1）菱形面積=$a\times b\times\frac{1}{2}$

（2）菱形周長=$2\sqrt{a^2+b^2}$

二、特殊四邊形家族（鳶形、梯形）

（一）鳶（筝）形



定義：兩雙鄰邊相等的四邊形。

性質：兩對角線互相垂直，其中一對角線被另一對角線所平分。

判別：鳶形與菱形的判別在於鳶形的兩對角線不互相平分，且不是四邊都等長。

其它：鳶形面積=對角線的乘積$\times\frac{1}{2}$

（二）梯形

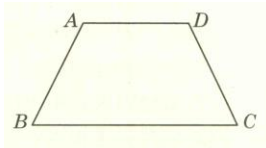
定義：一組對邊平行，而另一組對邊不平行的四邊形。

性質：以等腰梯形為例：（1）兩底角相等。（2）兩腰相等。（3）兩對角線相等。

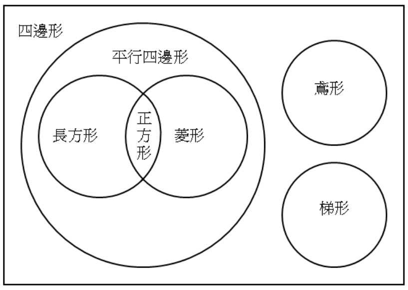
判別：（1）梯形的中線平行於兩底，且其長等於兩底和的一半。

（2）梯形兩對角線中點所成的線段平行於兩底，且其長等於兩底差的絕對值之半。

其它：梯形面積=$(\text{上底}+\text{下底})\times\text{高}\times\frac{1}{2}$



三、四邊形的家譜（文氏圖）

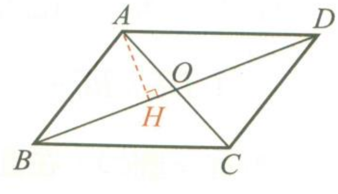


【平行四邊形的角度、周長與面積】

講解一：

如圖，已知平行四邊形 ABCD 中，對角線 $\overline{AC}$ 、 $\overline{BD}$ 交於 O 點，若∠BAD 的兩倍比∠ABC 的三倍多 85°，且 $\overline{AC}=8cm,\ \overline{BD}=10cm,\ \angle AOB=60°$ ，請問：

（1）∠BCD-∠ADC=？（2）平行四邊形 ABCD 的面積為何？



$sol)$ $(1)\angle BAD=(3\angle ABC+85°)\div 2$,$\because \angle ABC+\angle BAD=180°,$

$\therefore \angle ABC+(3\angle ABC+85°)\div 2=180°,\ \angle ABC=55°$

$\angle BCD-\angle ADC=\angle BAD-\angle ABC=125°-55°=70°$

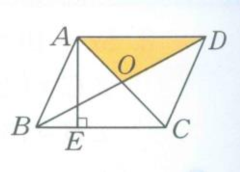
(2) 做輔助線 $\overline{AH}\perp\overline{BD},$ 在 $\triangle AOH$ 中,

$\because \angle AOH=60°,\ \overline{AO}=\frac{1}{2}\overline{AC}=4,\ \therefore \overline{AH}=2\sqrt{3}$

$\Rightarrow \square ABCD\text{面積}=2\triangle ABC\text{面積}=2\times10\times2\sqrt{3}\times\frac{1}{2}=20\sqrt{2}\left(cm^2\right)$

練習一：

如圖，ABCD 為平行四邊形，$\overline{AE}\perp\overline{BC}$ ，若 $\overline{AE}=12cm,\ \overline{CD}=13cm,$ 且



且$\triangle AOD$面積$=51cm^2$，請問▱$ABCD$的周長為何 ？

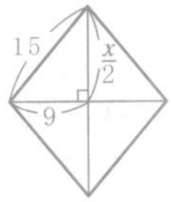
$sol)$ ▱$ABCD$面積$=4\triangle AOD$面積$=4\times 51=204\left(cm^2\right)$

$\overline{BC}=204\div 12=17\left(cm\right),$ ▱$ABCD$周長$=2\times\left(17+13\right)=60\left(cm\right)$

【菱形的周長與面積】

講解二：

假設菱形的周長為 60 公分，兩對角線長為 18 公分與 x 公分，請問 x＝？

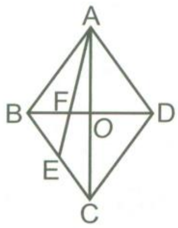


$sol)$ 菱形的一邊長=60÷4=15, 根據商高定理 $\left(\frac{18}{2}\right)^2+\left(\frac{x}{2}\right)^2=15^2,$

$81+\frac{x^2}{4}=225,\ \frac{x^2}{4}=144,\ x^2=576,\ x=\pm 24\left(\text{負不合}\right)$

練習二：

如圖，ABCD 為菱形，E 點為 $\overline{BC}$ 的中點，若 $\overline{OF}$ 的長為 5 公分，菱形 ABCD 面積為 1080 平方公分，請問此菱形的周長為何呢？



$sol)\ \because\overline{BO}$與$\overline{AE}$皆為$\triangle ABC$之中線$,\ \therefore\overline{BO}=3\overline{OF}=15,\ \Rightarrow\overline{BD}=30$

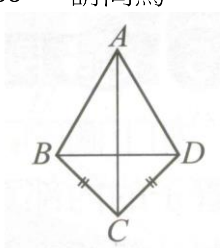
$\because\ \overline{AC}\times\overline{BD}\times\frac{1}{2}=1080,\ \overline{AC}\times\overline{BD}=2160,\ \therefore\ \overline{AC}=2160\div 30=72$

菱形ABCD周長=$2\sqrt{\overline{AC}^2+\overline{BD}^2}=2\sqrt{30^2+72^2}=156$公分

【梯形與鳶形】

講解三：

如圖，鳶形 ABCD 中，$\overline{AB}=\overline{AD}=12$，$\overline{BC}=\overline{CD}=10$，且$\angle BAD=60°$，請問鳶形 ABCD 的面積為何呢？

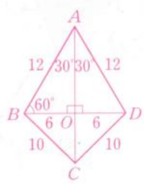


$sol)\ \triangle ABD$中$,\because\overline{AB}=\overline{AD},\ \angle BAD=60°,\ \triangle ABD$為正三角形$,$

$\Rightarrow\overline{AB}=\overline{AD}=\overline{BD}=12,$ 在直角$\triangle ABO$中依照商高數比例可知$,$

$\overline{AO}=6\sqrt{3},$ 在$\triangle BOC$中$,\overline{CO}=\sqrt{10^2-6^2}=8,$

$\therefore\ \overline{AC}=\overline{AO}+\overline{CO}=6\sqrt{3}+8,\ \overline{BD}=2\times 6=12$

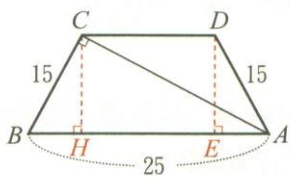


鳶形面積$=12\left(6\sqrt{3}+8\right)\div 2=36\sqrt{3}+48\left(\text{單位}^2\right)$

練習三：

如圖，梯形 ABCD 中，$\overline{AB}\parallel\overline{CD},\ \overline{AC}\perp\overline{BC},\ \overline{AD}=\overline{BC}=15(cm),\overline{AB}=25(cm)$，

請問梯形 ABCD 的面積為何呢？



$sol)$ 做輔助線$\overline{CH},\ \overline{DE}$, 分別垂直$\overline{AB},\ \overline{AC}=\sqrt{25^2-15^2}=20,$

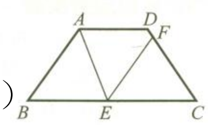
$\overline{CH}=(15\times 20)\div 25=12,\ \overline{AE}=\overline{BH}=\sqrt{15^2-12^2}=9,$

$\therefore \overline{CD}=\overline{HE}=25-18=7,$ 梯形面積 $=(7+25)\times 12\times\frac{1}{2}=192(cm^2)$

【十分鐘即時練習】

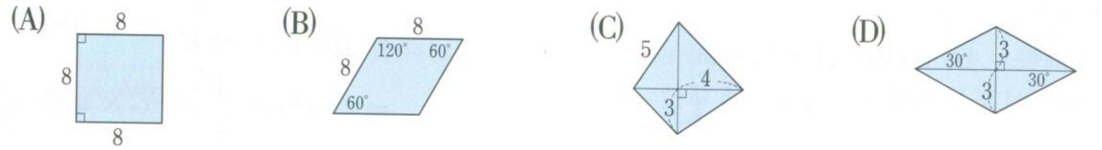
（B）1.一等腰梯形腰長 l3 公分，高 12 公分，上底長 8 公分，則其面積為多少平方公分？（A）165（B）156（C）184（D）148（平方公分）。

（C）2.如右圖，等腰梯形 ABCD，$\overline{AD}\parallel\overline{BC},\ \overline{AB}=\overline{CE}=\overline{CD},\ \overline{BE}=\overline{CF}$，



∠ADC=110°，∠DAE=60°，請問∠DFE=？（A）100°（B）110°（C）120°（D）130°。

（C）3.若「四邊等長的四邊形稱為菱形」，則下列哪一個四邊形不一定是菱形呢？

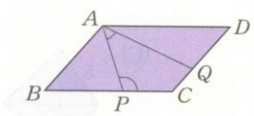


（A）4.若 ABCD 為平行四邊形，$\overline{AB}=x+y,\ \overline{BC}=x-2y+40,\ \overline{CD}=2x-18$，

$\overline{AD}=x+3y$，請問 ABCD 的周長為何呢？（A）168（B）186（C）164（D）146（單位）。

（D）5.如圖，ABCD 為平行四邊形，分別在$\overline{BC},\ \overline{CD}$上取 P、Q 兩點，使得∠APC 與∠AQC 互補，若$\angle PAQ=48°$，請問∠ABC 的度數為何呢？（A）42°（B）44°（C）46°（D）48°。

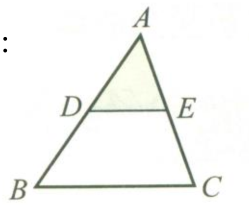
$sol)\ \angle C=360°-(180°+48°)=132°,\ \angle ABC=48°$



能力二：中點連線的性質

一、三角形的中點連線性質

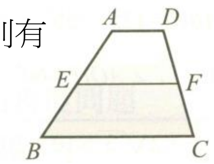
如圖，在△ABC 中，D 點、E 點分別是 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 的中點，則有下列性質：



（1）$\overline{DE} \parallel \overline{BC}$（2）$\overline{DE} = \frac{1}{2}\overline{BC}$（3）$\triangle ADE$面積=$\frac{1}{4}\triangle ABC$面積 。

二、梯形中點連線性質

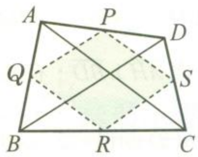
如圖，在梯形 ABCD 中，$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ，E 點、F 點分別是 $\overline{AB}$ 、 $\overline{DC}$ 的中點，則有下列性質：（1）$\overline{AD} \parallel \overline{EF} \parallel \overline{BC}$（2）$\overline{EF} = \frac{1}{2}\left(\overline{AD} + \overline{BC}\right)$。



三、四邊形中點連線性質

如圖，任意四邊形 ABCD，其各邊中點為 P、Q、R、S，則有下列性質：

（1）□PQRS 必為平行四邊形（2）□PQRS 的周長=$\overline{AC} + \overline{BD}$（3）□PQRS 的面積=$\frac{1}{2} \times$□$ABCD$面積 。



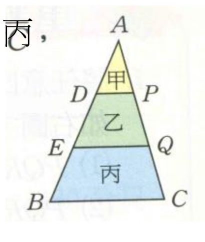
四、四邊形綜合性質歸納

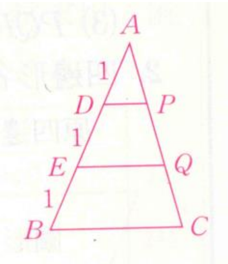
構成 四邊形	連接各邊中點	角平分線圍成
平行四邊形	平行四邊形	矩　形
正　方　形	正　方　形	無
矩　　　形	菱　　　形	正方形
菱　　　形	矩　　　形	無
鳶　　　形	矩　　　形	無
等 腰 梯形	菱　　　形	鳶形

【三角形中點連線性質】

講解一：

如圖，△ABC 中，D、E 將 $\overline{AB}$ 平均三等分，且 $\overline{DP} \parallel \overline{EQ} \parallel \overline{BC}$ ，請問甲、乙、丙，的面積比為何呢？





$sol)\ \because D,E$將$\overline{AB}$平均三等分, $\therefore$假設$\overline{AD}=\overline{DE}=\overline{EB}=1,$

$\because$由圖可知,$\overline{DP}$為$\triangle AEQ$的中點連線,

$\therefore \triangle ADP:\triangle AEQ=\overline{AD}^2:\overline{AE}^2=1^2:2^2=1:4$

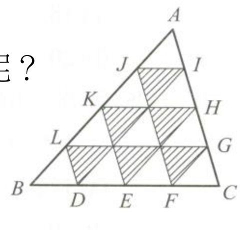
同理, $\triangle AEQ:\triangle ABC=\overline{AE}^2:\overline{AB}^2=2^2:3^2=4:9$

甲$:$乙$:$丙$=1:(4-1):(9-4)=1:3:5$

練習一：

如圖，$\overline{BD}=\overline{DE}=\overline{EF}=\overline{FC}$，$\overline{LD}\parallel\overline{KE}\parallel\overline{JF}\parallel\overline{AC}$，$\overline{GF}\parallel\overline{HE}\parallel\overline{ID}\parallel\overline{AB}$，已知

$\overline{AB}=9$、$\overline{BC}=8$、$\overline{AC}=7$，請問斜線面積所有三角形周長的總和為多少呢？



$sol)$ 周長總和$=6\overline{JI}+6\overline{LD}+6\overline{GF}=6\times\dfrac{\overline{BC}}{4}+6\times\dfrac{\overline{AC}}{4}+6\times\dfrac{\overline{AB}}{4}$

$$=\frac{3}{2}\left(\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{AC}\right)=\frac{3}{2}\times 24=36(\text{單位})$$

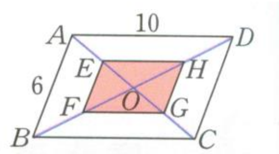
【四邊形中點連線性質】

講解二：

如圖，平行四邊形 ABCD，E、F、G、H 分別是$\overline{OA},\ \overline{OB},\ \overline{OC},\ \overline{OD}$的中點，假設

$\overline{AB}=6,\ \overline{AD}=10$，請問（1）四邊形 EFGH 的周長為何呢？（2）EFGH 面積與

ABCD 面積的比值為何呢？



$sol)\ (1)\overline{EF}=\dfrac{1}{2}\overline{AB}=3,\ \overline{EH}=\dfrac{1}{2}\overline{AD}=5,\ \therefore EFGH$周長$=2(3+5)=16$(單位)

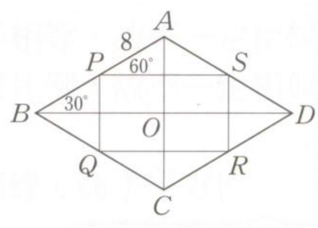
$(2)\because$面積比=邊長的平方比=周長的平方比,

$\therefore EFGH$周長$:ABCD$周長$=16:32=1:2$

$\Rightarrow EFGH$面積$:ABCD$面積$=1^2:2^2=1:4=\dfrac{1}{4}$

練習二：

假設菱形 ABCD 的周長為 32 公分，∠A=120°，請問菱形 ABCD 四邊中點 P、Q、R、S 所連成的四邊形 PQRS 的周長與面積為何呢？



$sol)$ ∵由商高數的比例可知 $\overline{AO}=4,\ \overline{BO}=4\sqrt{3}$

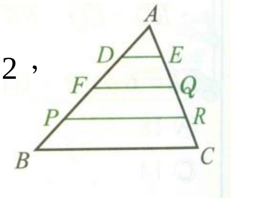
$PQRS$的周長 $=\overline{AC}+\overline{BD}=8+8\sqrt{3}\left(cm\right)$

$ABCD$的面積 $=\dfrac{1}{2}\times 8\times 8\sqrt{3}=32\sqrt{3}\left(cm^2\right)$

$PQRS$的面積 $=\dfrac{1}{2}\times 32\sqrt{3}=16\sqrt{3}\left(cm^2\right)$

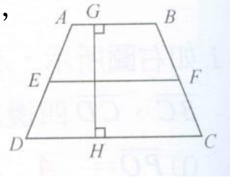
【十分鐘即時練習】

（B）1.依序連接一等腰梯形四邊中點所圍成的四邊形為下列何者呢？（A）正方形（B）菱形（C）矩形（D）等腰梯形。



（A）2.如圖，△ABC 中，$\overline{AD}=\overline{DF}=\overline{PF}=\overline{BP},\ \overline{AE}=\overline{EQ}=\overline{QR}=\overline{CR}$，若 $\overline{BC}=12$，

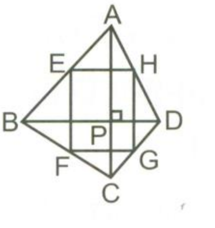
則 $\overline{DE}+\overline{FQ}+\overline{PR}=$？（A）18（B）20（C）22（D）24。



（B）3.如圖，ABCD 為一梯形，$\overline{AB}\parallel\overline{CD}$，若 E、F 分別為兩腰 $\overline{AD}$與$\overline{BC}$ 之中點，

$\overline{GH}$ 為此梯形的高，則下列哪一個選項可表示為梯形 ABCD 的面積呢？

（A）$\overline{AB}\times\overline{GH}$（B）$\overline{EF}\times\overline{GH}$（C）$\left(\overline{AB}+\overline{CD}\right)\times\overline{GH}$（D）$\left(\overline{AD}+\overline{BC}\right)\times\overline{GH}$。

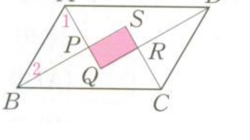


（D）4.如圖，四邊形 ABCD 中，$\overline{AC}\perp\overline{BD}$於$P$，又 E、F、G、H 為 $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 、

$\overline{CD}$ 、 $\overline{DA}$ 的中點，若 $\overline{AC}=8,\ \overline{BD}=6$，則四邊形 EFGH 的面積為何呢？

（A）41（B）14（C）21（D）12（平方單位）。

（C）5.平行四邊形 ABCD 中，作∠A、∠B、∠C、∠D 的內角平分線，交於 P、Q、R、S 四點，如圖，則四邊形 PQRS 一定是下列哪一種圖形？（A）正方形（B）菱形（C）矩形（D）等腰梯形。



$sol)$ $\because \overline{AD}\parallel\overline{BC},\Rightarrow \angle DAB+\angle ABC=180^\circ,$

$\angle 1+\angle 2=\dfrac{1}{2}\left(\angle DAB+\angle ABC\right)=90^\circ,\ \angle SPQ=\angle APB=90^\circ,$

同理, $\angle Q=\angle S=\angle SRQ=90^\circ,\ \therefore PQRS$為矩形

【基本觀念題】

（A）1.四邊形 ABCD 滿足下列何種條件時，才能確定其為平行四邊形呢？

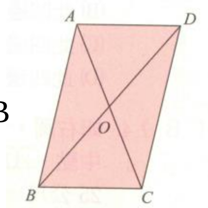
（A）$\angle A=\angle C$, 且$\overline{AB}\parallel\overline{CD}$（B）$\angle A=\angle B$,且$\angle C=\angle D$（C）

$\overline{AB}=\overline{CD}$, 且$\overline{AD}\parallel\overline{BC}$（D）$\angle A+\angle B=\angle C+\angle D=180°$。

（D）2.如右圖，ABCD 為平行四邊形，$\angle BCD$為鈍角，$\overline{AC}$與$\overline{BD}$相交於O點，

則下列哪一個敘述不正確呢？（A）$\triangle ABC\cong\triangle CDA$（B）∠BAD=∠DCB

（C）$\overline{AB}=\overline{CD}$（D）$\overline{AC}=\overline{BD}$。

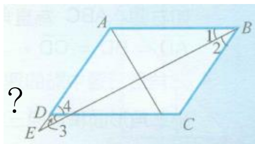


（C）3.三梯形其對應高比為 1：2：3，其對應中線比為 2：3：5，請問其面積比為何呢？（A）1：2：3（B）1：4：9（C）2：6：15（D）4：9：25。

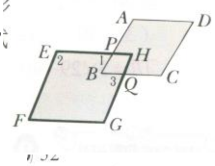
（C）4.下列作圖法何者無法將平行四邊形 ABCD 分成二等分呢？（A）作對角

線$\overline{BD}$的垂直平分線交一組對邊於兩點（B）過對角線交點 O，作一直線

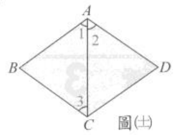
交一組對邊於兩點（C）作∠A 的平分線（D）連接對角線$\overline{AC}$。



（B）5.如右圖，平行四邊形 ABCD 中∠1=∠2，∠E=40°，請問∠3+∠4+∠C=？（A）210°（B）220°（C）230°（D）240°。

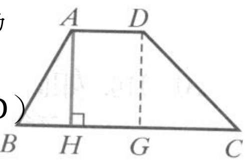


（A）6.如右圖，有兩個透明的滑鼠墊其形狀為平行四邊形，今將其一部分重疊，得四邊形 PBQH，已知$\angle 1=50°, \angle 2=120°, \angle 3=65°$，請問∠B 的度數為何？（A）55°（B）60°（C）65°（D）70°。



（D）7.如右圖，ABCD 為一菱形，$\overline{AC}$為對角線，∠1=55°，請問∠B+∠3-∠2=？

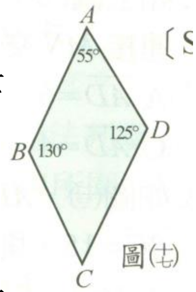
（A）55°（B）60°（C）65°（D）70°。



（B）8.如右圖，ABCD 為一梯形，已知上底$\overline{AD}=2$，下底$\overline{BC}=7$，兩腰各為

$\overline{AB}=3,\ \overline{CD}=4$，請問此梯形的高為何呢？（A）$\frac{13}{5}$（B）$\frac{12}{5}$（C）$\frac{13}{4}$（D）

$\frac{7}{4}$。



（A）9.如右圖，對於四邊形 ABCD 的敘述下列何者不正確呢？（A）$\overline{AB}$和$\overline{CD}$不

平行 （B）$\overline{AD}$和$\overline{BC}$不平行 （C）ABCD 不是平行四邊形 （D）ABCD

為梯形。

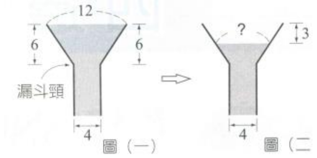
（C）10.等腰梯形的四個內角平分線，可能會圍成以下何種圖形呢？（A）正方

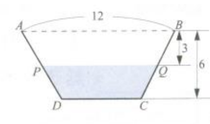
形（B）矩形（C）鳶形（D）菱形。

【溫故歷屆基測試題】

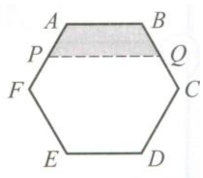
（C）1.圖（一），四線段構成一漏干的剖面圖，其中管子的內部寬度為 4 公分。已知水滿時，水面到漏斗頸的高為 6 公分，水面寬度為 12 公分。若水位下降 3 公分，如圖（二），則水面的寬度為多少公分？（A）6（B）7（C）8（D）9（公分）。【94.基測（1）】

$sol)\ \because P,Q$為兩腰之中點$,\therefore \overline{\mathrm{PQ}}=$水面寬$=$梯形$ABCD$的中線$=\dfrac{1}{2}\left(4+12\right)=8\left(\text{公分}\right)$





（A）2.圖為一正六邊形 ABCDEF，P、Q 分別是 $\overline{AF}$ 、$\overline{BC}$ 的中點。若連接 $\overline{PQ}$，則四邊形 APQB 的面積佔此正六邊形面積的幾分方幾呢？（A）$\dfrac{5}{24}$（B）$\dfrac{6}{24}$（C）$\dfrac{7}{24}$（D）$\dfrac{11}{48}$ 。【94.基測（2）】

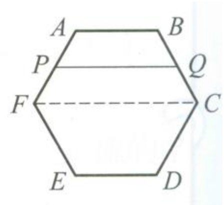


$sol)$ 連接$\overline{\mathrm{FC}}$, 令$\overline{\mathrm{AB}}=a \Rightarrow \overline{FC}=2a,\ \overline{PQ}=\left(a+2a\right)\div 2=\dfrac{3a}{2},$

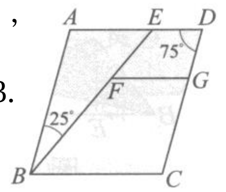
$\square APQB$面積$:\square PFCQ$面積$=\left(a+\dfrac{3a}{2}\right):\left(2a+\dfrac{3a}{2}\right)=\dfrac{5a}{2}:\dfrac{7a}{2}=5:7,$

$\square APQB$面積$:\square AFCB$面積$=5:\left(5+7\right)=5:12$

$\square APQB$面積$:$正六邊形面積$=5:\left(12\times 2\right)=5:24=\dfrac{5}{24}$



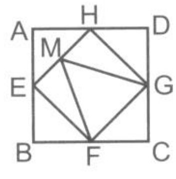
（C）3.如圖，四邊形 ABCD 為平行四邊形，$\overline{ED}\parallel\overline{FG}$，$\angle D=75°$，$\angle ABE=25°$，求$\angle GFB+\angle GCB=$？（A）155°（B）210°（C）235°（D）270°【93.基測（1）】



$sol)\ \because \angle FBC=75°-25°=50°,\ \angle FGC=75°,$

$\therefore \angle GFB+\angle GCB=360°-\angle FBC-\angle FGC=360°-50°-75°=235°$

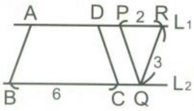
（C）4.如圖，四邊形 ABCD 為一正方形，E、F、G、H 為四邊中點，若 M 為 $\overline{EH}$ 中點，$\overline{MF}=4$，則△MFG 的面積為何呢？（A）$2\sqrt{3}$（B）$4\sqrt{3}$（C）$\dfrac{32}{5}$（D）$\dfrac{32}{9}$ 。【93.基測（2）】



$sol)$ 設$\overline{EF}=\overline{EH}=x,\ x^2+\left(\frac{1}{2}x\right)^2=4^2,\ \frac{5}{4}x^2=16,\ x^2=\frac{64}{5},$

$\Rightarrow \triangle MFG$面積$=\frac{1}{2}EFGH$面積$=\frac{1}{2}x^2=\frac{32}{5}$(單位^2)

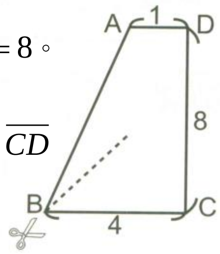
（B）5.如圖，A、D、P、R 在直線L_1上，B、C、Q 在直線L_2上。若$L_1 \parallel L_2$，四邊形 ABCD 及 ABQP 均為等腰梯形，△PQR 為等腰三角形，則梯形 ABCD 的面積為何？（A）$4\sqrt{8}$（B）$5\sqrt{8}$（C）15（D）18。【93.基測（2）】



$sol)$ $L_1,\ L_2$的距離$=\sqrt{3^2-1^2}=\sqrt{8},\ \overline{AD}+\overline{PR}=\overline{BC}\Rightarrow\overline{AD}+2=6,\ \overline{AD}=4,$

梯形$ABCD$面積$=\frac{1}{2}(4+6)\times\sqrt{8}=5\sqrt{8}$(單位^2)

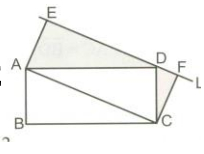
（B）6.如圖，梯形 ABCD 中，$\overline{AD}\parallel\overline{BC},\ \overline{CD}\perp\overline{BC}$，其中$\overline{AD}=1$、$\overline{BC}=4$、$\overline{CD}=8$。今自 B 點剪出$\overline{BN}$，使得$\overline{BN}$將梯形分成兩塊面積相等的圖形。若 N 在$\overline{CD}$上，則$\overline{DN}=$？（A）1（B）3（C）4（D）5。【93.基測（2）】



$sol)$ 梯形$ABCD$面積$=\frac{1}{2}(1+4)\times 8=20,\ \triangle BCN$面積$=\frac{1}{2}\left(\overline{BC}\times\overline{CN}\right)=10,$

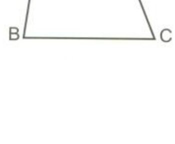
$\frac{1}{2}\times\left(4\times\overline{CN}\right)=10,\ \overline{CN}=5,\ \overline{DN}=8-5=3$(單位)

（A）7.如圖，ABCD 為一矩形，過 D 點作直線 L 與$\overline{AC}$平行，再分別自 A、C 作直線與 L 垂直，垂足為 E、F。若圖中兩塊灰色部分面積和為 a，△ABC 的面積為 b，則 a：b=？（A）1:1（B）1:$\sqrt{2}$（C）1:$\sqrt{3}$（D）1:2。【91.基測（1）】

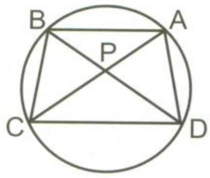


$sol)$ 灰色部分面積$=\frac{1}{2}ACFE$面積$=\triangle ACD$面積$=\triangle ABC$面積$,\ \Rightarrow$ a:b=1:1

（D）8.如圖，梯形 ABCD 中，$\overline{AD}\parallel\overline{BC},\ \overline{AB}\neq\overline{DC}$。請問下列哪一種作圖法，可將梯形分割為兩個面積相等的圖形？（A）連接$\overline{AC}$（B）作$\overline{BC}$的中垂線 L（C）分別取$\overline{AB}$和$\overline{CD}$的中點 P、Q，連接$\overline{PQ}$（D）分別取$\overline{AD}$和$\overline{BC}$的中點 H、K，連接$\overline{HK}$。【91.基測（2）】

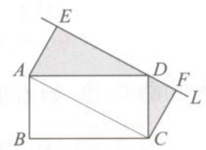


（A）9.在直徑為 a 的圓上依逆時針方向取 A、B、C、D 四點，已知 $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ ，$\overline{AB} \neq \overline{DC}$ ，且 $\overline{AC}$與$\overline{BD}$交於P點 。請問下列哪一個選項是正確的？（A）$\overline{AC} = \overline{BD}$（B）$\overline{AP} = \overline{CP}$（C）$\overline{AC} = a$（D）$\frac{1}{2}\left(\overline{AB} + \overline{CD}\right) = a$ 。【91.基測（2）】



sol) $\because \overline{AB} \parallel \overline{CD} \Rightarrow BC{=}AD \Rightarrow \overline{BC} = \overline{AD}$ ，故 ABCD 為等腰梯形。$\therefore \overline{AC} = \overline{BD}$ 。

（A）10.如右圖，ABCD 為一矩形，過 D 點作直線 L 與 $\overline{AC}$ 平行後，再分別自 A、C 作直線與 L 垂直，垂足為 E、F。若圖中兩塊灰色部分的面積和為 a，△ABC 的面積為 b，則 a：b=？

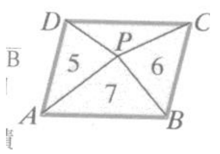


sol) 灰色部分面積 $= \frac{1}{2} \times \left(\square ACFE\text{面積}\right) = \triangle ACD\text{面積} = \frac{1}{2} \times \left(\square ABCD\text{面積}\right) = \triangle ABC\text{面積},$

$\therefore$ a=b, a:b=1:1

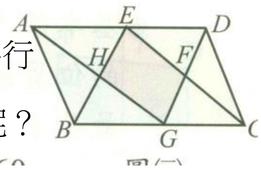
【模擬學力基測試題】

（C）1.如右圖，設 P 點為平行四邊形 ABCD 內部一點，已知△PAB、△PBC、△PAD 之面積為 7、6、5，請問△PCD 的面積為何呢？（A）2（B）3（C）4（D）5。



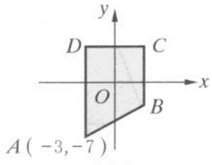
Sol) 通過 P 點作 $\overline{AD}$ 之平行線交 $\overline{AB}$與$\overline{DC}$於 Q、O 兩點，則△OPD+△PQA=△DPA（同底等高），同理，△OPC+△PQB=△PBC，△DPC=5+6-7=4。

（B）2.如右圖，ABCD 為平行四邊形，E、G 分別為 $\overline{AD}$ 、 $\overline{BC}$ 的中點，若平行四邊形 ABCD 的面積為 120 平方公分，請問四邊形 EHGF 面積為何呢？（A）20（B）30（C）40（D）50。

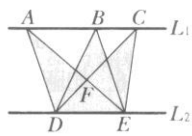


sol) 連接 $\overline{EG}$ ，則四邊形 EHGF 面積= $\frac{1}{4}$ □ ABCD 面積

（D）3.如右圖所示，梯形 ABCD 中，$\overline{BC} \parallel \overline{AD}$且$\overline{AD} \perp x$軸，$\overline{CD} \perp y$軸，$\overline{AD} = 8$ ，$\overline{BC} = 6$ ，此梯形面積為 63 平方公分，假設 A 點座標為（-3, -7），請問 B 點的座標（a, b），具有下列何種關係呢？（A）$a+b<0$（B）$ab>0$（C）$a<b$（D）$2a-b$是質數。



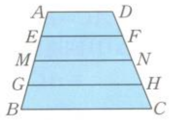
（A）4.如右圖，$L_1 \parallel L_2$，$\overline{AE}$交$\overline{CD}$於F點 ，△ADF、△BDE、△DEF 與△CFE 的



面積分別為 a、b、c 與 d，請問下列敘述何者錯誤呢？（A）a=b（B）a=d（C）b=a+c（D）b=c+d。

（C）5.菱形的兩對角線長分別為 24 及 10，若以四邊中點連接而成的四邊形其對角線長的何為多少呢？（A）18（B）22（C）26（D）30。

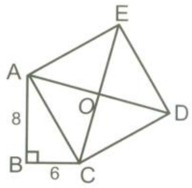
（A）6.如右圖，ABCD 為梯形，E、M、G 分別四等分 $\overline{AB}$，且 $\overline{AD} \parallel \overline{EF} \parallel \overline{MN} \parallel \overline{GH} \parallel \overline{BC}$，假設 $\overline{AD}=4,\ \overline{BC}=8$，請問 $\overline{EF}+\overline{MN}+\overline{GH}=$？（A）18（B）22（C）26（D）30。



sol) $\overline{MN}=\left(\overline{AD}+\overline{BC}\right)\times\dfrac{1}{2}=6,\ \overline{MN}=\left(\overline{EF}+\overline{GH}\right)\times\dfrac{1}{2},$

$\overline{EF}+\overline{GH}=2\overline{MN}=12,\ \overline{EF}+\overline{MN}+\overline{GH}=6+12=18$

（D）7.如右圖，∠ABC=90°，以 $\overline{AC}$ 為邊作一正方形 ACDE，O 點為兩對角線之交點，假設 $\overline{AB}=8$，$\overline{AC}=6$，請問△AOC 的面積為何呢？（A）22（B）23（C）24（D）25。



（B）8.下列敘述何者錯誤呢？

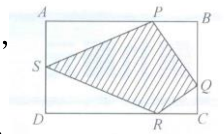
（A） 假設平行四邊形具有性質 A，則菱形也具有性質 A。

（B） 假設長方形具有性質 B，則平行四邊形也具有性質 B。

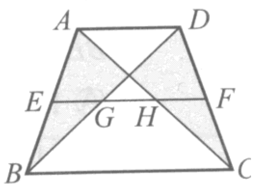
（C） 假設長方形具有性質 C，則正方形也具有性質 C。

（D） 假設菱形具有性質 D，則正方形也具有性質 D。

（D）9.如右圖，在平行四邊形 ABCD 中，$\overline{AB}=10$，$\overline{BC}=6$，$\overline{AP}=7$，$\overline{BQ}=4$，$\overline{CR}=2.5$，$\overline{SD}=3$，請問斜線部分面積為何呢？（A）20（B）22（C）24（D）以上皆非。

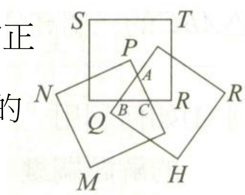


（B）10.如右圖，梯形 ABCD 中，$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$，兩邊中點連線長 $\overline{EF}=14$，且 $\overline{AD}:\overline{BC}=2:5$，請問 $\overline{GH}$ 為何呢？（A）5（B）6（C）7（D）8。



【進階練習題】

（A）1.如右圖，有三個全等的正方形，P、Q、R 分別為其中心，三個全等的正方形在△ABC 重疊，假設 $\overline{AC}=\dfrac{1}{4}\overline{ST}=1$，試求此三個正方形所佔據的面積為何？

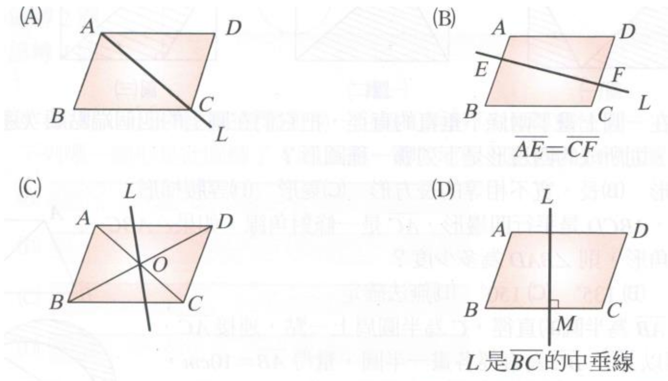


（A）$36+\frac{\sqrt{3}}{2}$（B）$34+\frac{\sqrt{3}}{2}$（C）$32+\frac{\sqrt{3}}{2}$（D）$30+\frac{\sqrt{3}}{2}$（平方單位）。

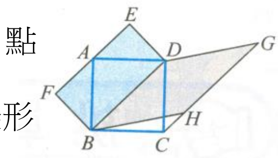
Sol) 兩正方形重疊的面積=$\frac{1}{4}\times 4^2=4$,

三個正方形所佔據的面積=$16\times 3-4-4-4+\frac{\sqrt{3}}{4}\times 2=36+\frac{\sqrt{3}}{2}$

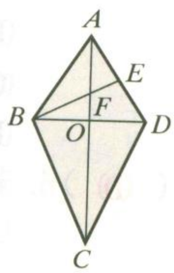
（D）2.下列哪一條直線 L 不一定可以把平行四邊形 ABCD 的面積平分呢？



（B）3.如圖，ABCD 為正方形，BDEF 為長方形，BDGH 為平行四邊形，A 點在 $\overline{EF}$ 上，H 點在 $\overline{CG}$ 上。設正方形 ABCD、長方形 BDEF、平行四邊形 BDGH 的面積為 a、b、c，請問其面積的大小關係為何呢？（A）$a>b>c$（B）a=b=c（C）$a<b<c$（D）$a<b=c$。



（D）4.如圖，鳶形 ABCD 的面積為 18，$\overline{AB}=\overline{AD}$，$\overline{AE}=\overline{ED}$, $\overline{OF}=1$, $\overline{OB}=2$，請問鳶形 ABCD 的周長為何呢？（A）$2\sqrt{13}+3\sqrt{5}$（B）$3\sqrt{13}+4\sqrt{10}$（C）$2\sqrt{17}+4\sqrt{15}$（D）$2\sqrt{13}+4\sqrt{10}$。



（C）5.如圖，平行四邊形 ABCD 的面積為 1，取各邊三等分點 E、F、G、H 聯成四邊形，請問此四邊形 EFGH 的面積為何呢？（A）$\frac{2}{3}$（B）$\frac{4}{9}$（C）$\frac{5}{9}$（D）$\frac{7}{9}$。

sol) $\triangle EHC=\triangle FDE=\triangle HBG=\triangle GFA=\left(\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\right)\times\frac{1}{2}=\frac{1}{9}$, $\square EFGH=1-\frac{1}{9}\times 4=\frac{5}{9}$