

## Unit 16 垂直、平分與平行

能力指標：◎ (S-3-08) 能瞭解平面圖形線對稱的意義。

◎ (S-4-05) 能了解垂直、平行的定義。

◎ (S-4-06) 能利用垂直平分的概念檢驗對稱軸。

◎ (S-4-09) 能根據直尺、圓規操作過程的敘述，完成尺規作圖。

### 能力一：垂直、平分與線對稱圖形

#### 一、點、直線與平面

(一) 點：點是幾何最基本圖形，沒有形狀、大小，只是用來表示事物所在的位置。

(二) 直線：相異兩點，恰決定一直線。

(三) 平面：不在一直線上的相異三點，恰決定一平面。

#### 二、垂直

兩條直線或線段相交，其所成的夾角為直角時，則稱這兩條直線或線段互相垂直。

#### 三、平分

(一) 垂直平分線（中垂線）：在平面上，過一線段的中點，且垂直於這一線段的直線，稱做這個線段的中垂線。若要將一線段 $2^n$ 等分，線段中點作圖需作 $(2^n - 1)$ 次。

(二) 角平分線：將一角平分為兩等角的直線，稱為角平分線或分角線。將一角分為 $2^n$ 等分，需作角平分線 $(2^n - 1)$ 次。

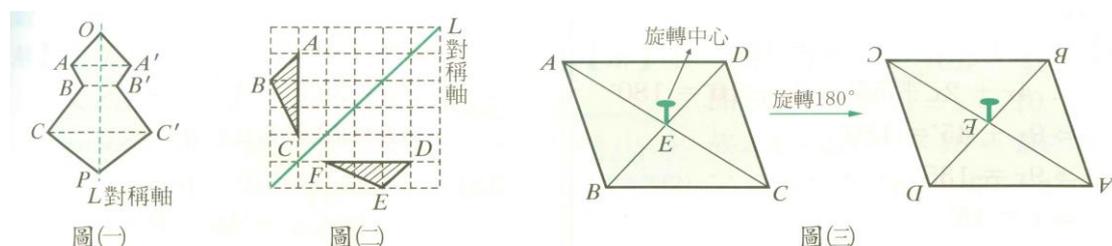
#### 四、線對稱圖形

(一) 如果一個圖形沿著某一條直線對摺後，摺線兩邊的圖形會完全疊合在一起，我們就稱這個圖形為線對稱圖形，而摺線就是對稱軸（如圖一）。

(二) 當兩個圖形對於一條直線成對稱時，可稱其中一個圖形是另一個圖形相對於此直線的鏡射圖形，而此直線正是這兩個鏡射圖形的對稱軸（如圖二）。

(三) 在平面上，如果一個圖形能找到一點為中心，繞此點旋轉 $180^\circ$ 後能和原圖形完全重合，那麼就稱它為點對稱圖形，旋轉中心點稱做對稱中心（如圖三）。

(四) 點對稱圖形中，對稱中心平分兩對稱點的連線段。



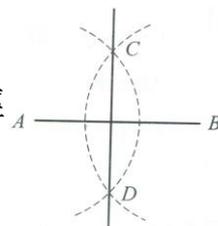
### 五、線對稱與點對稱圖形的簡易判別

- (一) 凡是正  $n$  邊形皆為線對稱圖形。
- (二) 凡是平行四邊形(包括正方形、矩形及菱形等)皆為點對稱圖形。
- (三) 正  $n$  邊形中, 若  $n$  為偶數則為點對稱圖形; 若  $n$  為奇數則非為點對稱圖形。

#### 【垂直與平分】

講解一：

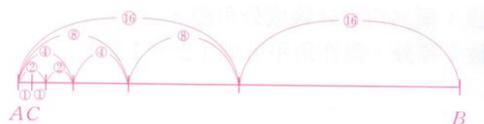
(一) 如圖, 以  $A$  點為圓心,  $a$  為半徑畫一弧, 然後, 以  $B$  點為圓心,  $b$  為半徑畫一弧 (設  $a \neq b$ ), 若此二弧交於  $C$ 、 $D$  二點, 請問  $\overline{CD}$  與  $\overline{AB}$  的關係為何?



(二) 若將已知線段分成兩段, 且比例為  $1:31$ , 請問最少要做幾次(條)中垂線呢?

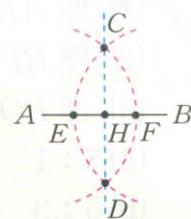
sol) (一)  $\because$  半徑  $a \neq b$ ,  $\therefore \overline{CD} \perp \overline{AB}$  但  $\overline{CD}$  不平分  $\overline{AB}$ 。

(二)  $\because \overline{AC} : \overline{CB} = 1:31$ ,  $\therefore (1+31) = 32 = 2^5$ , 需最少做五次(條)中垂線。

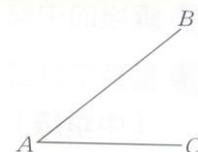


練習一：

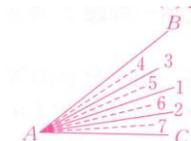
(一) 右圖是利用尺規作圖繪製  $\overline{AB}$  之中垂線, 請問哪些線段的長度等於  $\overline{AC}$  呢?



(二) 如右圖  $\angle CAB$ , 若要將其平分為八等份, 至少要做幾次(條)角平分線呢?



sol) (一)  $\overline{AC} = \overline{AD} = \overline{AF} = \overline{BE}$

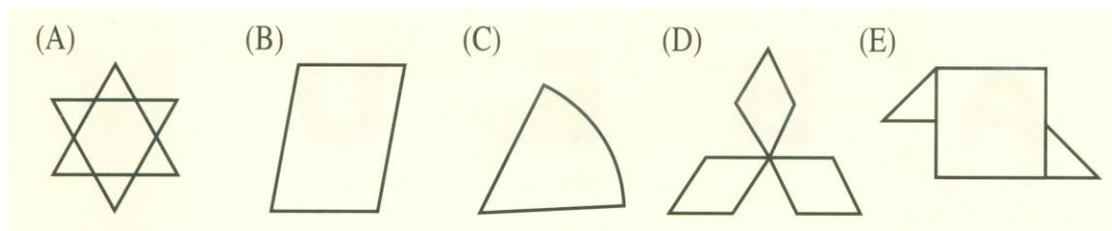


(二)  $(1+2+4) = 7$  次。

#### 【對稱圖形】

講解二：

下面的圖形中, 那些是線對稱的圖形呢? 那些是點對稱的圖形呢?

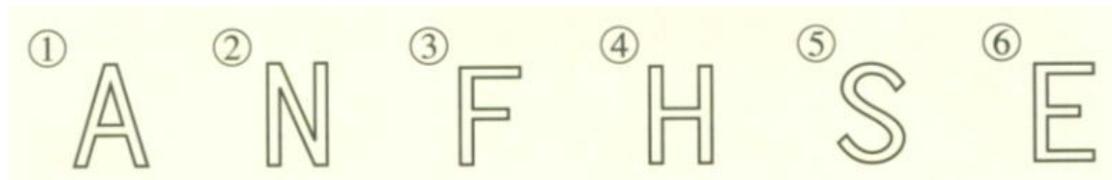


sol) 線對稱圖形： $(A)$ 、 $(C)$ 、 $(D)$ 。

點對稱圖形： $(A)$ 、 $(B)$ 。

練習二：

請選出下列圖形中同時具有線對稱性質與點對稱性質的圖？



sol) 線對稱圖形：(1)、(4)、(5)。

點對稱圖形：(2)、(4)、(5)。同時具有兩項性質的是 (4)、(5) 兩圖。

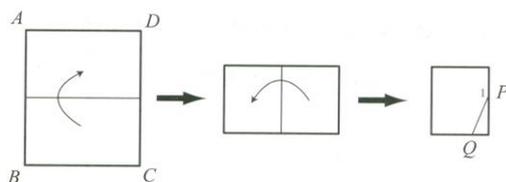
### 【圖形的摺疊與角度】

講解三：

秀蓮要在矩形 ABCD 內部正中央剪出一個一內角為  $80^\circ$  的菱形，她將 ABCD 先上

下對摺，再左右對摺，如下圖所示，然後在右下角沿著  $\overline{PQ}$  剪下，則  $\angle 1$  可為多

少度？



Sol) (1)  $\angle 1 = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$       (2)  $\angle 1 = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$



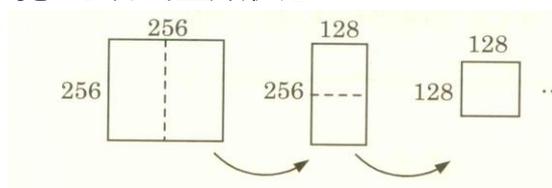
Ans :  $\angle 1 = 140^\circ$  or  $130^\circ$  。

練習三：

假設有一張長 4 公分、寬 4 公分的紙，對摺一次後變成長 4 公分、寬 2 公分，對摺兩次後變成長 2 公分、寬 2 公分，對摺三次後變成長 2 公分、寬 1 公分，對摺四次後變成長 1 公分、寬 1 公分。若有一張紙長 256 公分、寬 256 公分，請問此張紙要對摺幾次才會變成長 1 公分、寬 1 公分的正方形呢？

Sol)  $\because 256 = 2^8 \Rightarrow 256 \times 256 = 2^8 \times 2^8$

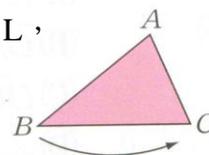
$\therefore 8+8=16$ (次)



### 【十分鐘即時練習】

(D) 1.下列何者為點對稱圖形？(A) 正三角形 (B) 等腰直角三角形 (C) 梯形 (D) 平行四邊形。(sol) 具有對稱點之圖形，稱為點對稱圖形，故凡是平行四邊形皆為點對稱圖形。

(B) 2. 如右圖，求 $\triangle ABC$ 中，將B點摺疊到C點，再展開，而得到一條摺線L，請問L是下列何者呢？(A)  $\overline{BC}$ 的高 (B)  $\overline{BC}$ 的中垂線 (C)

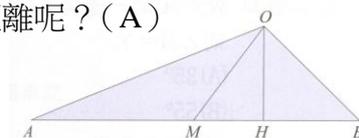


$\angle BAC$ 的角平分線 (D)  $\overline{BC}$ 的中線。

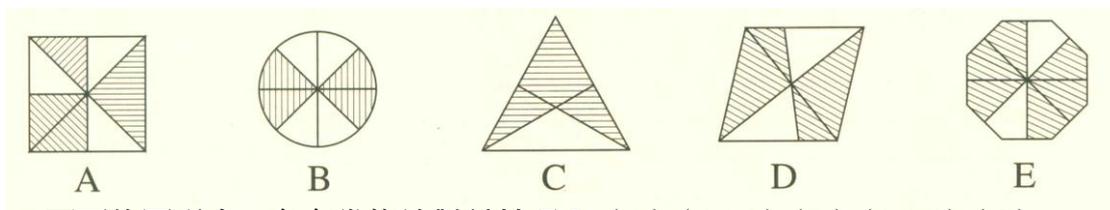
(C) 3. 如右圖， $\triangle OAB$ 中， $\angle AOB > 90^\circ$ ， $\angle B = \angle A$ ，若M、H在 $\overline{AB}$ 上，M為

$\overline{AB}$ 之中點， $\overline{OH} \perp \overline{AB}$ ，則下列哪一線段的長為O點與 $\overline{AB}$ 的距離呢？(A)

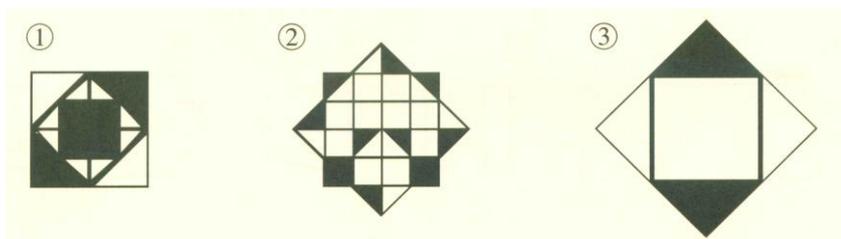
$\overline{OA}$  (B)  $\overline{OM}$  (C)  $\overline{OH}$  (D)  $\overline{OB}$  【93基測(1)】。



(B) 4. 下面的圖形何者是線對稱圖形呢？(A) A、B (B) B、C (C) C、D (D) D、E。

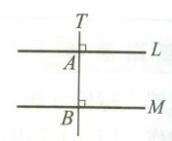


(D) 5. 下面的圖形中，各有幾條線對稱軸呢？(A) (4,1,2) (B) (2,1,4) (C) (4,2,0) (D) (4,0,2)。



### 能力二：平行線的性質與判別

一、平行線的意義：係指在同一平面上，如果兩條直線同時垂直於另一直線，則稱這兩條直線為平行線。如下圖，L、M、T是同一平面上的三條直線， $L \perp T$ 、 $M \perp T$ ，則L與M為兩平行線，記為LPM。

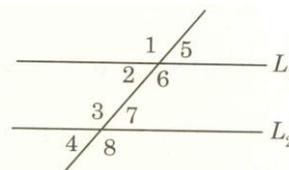


二、平行線與截角：在同一平面上，若兩平行線被一直線所截，則會形成(1)同位角相等、(2)內錯角相等、(3)同側內角互補。

(1) 同位角相等： $\angle 1 = \angle 3$ 、 $\angle 5 = \angle 7$ 。

(2) 內錯角相等： $\angle 2 = \angle 7$ 、 $\angle 3 = \angle 6$ 。

(3) 同側內角互補： $\angle 2 + \angle 3 = \angle 6 + \angle 7 = 180^\circ$ 。

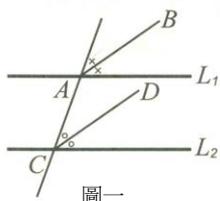


三、兩平行線被一直線所截，則有下列情形：

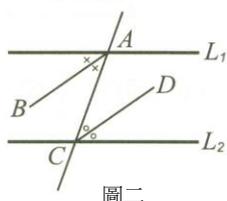
(1) 一組同位角的平分線必互相平行(圖一)。

(2) 一組內錯角的平分線必互相平行(圖二)。

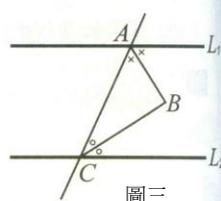
(3) 一組同側內角的平分線必互相垂直(圖三)。



圖一



圖二



圖三

四、兩平行線之間的距離處處相等（以三角形的體積為例）：

(1) 同底等高	(2) 等底等高	(3) 等底等高
<p><math>\triangle ABC = \triangle DBC</math> <math>\triangle ABO = \triangle CDO</math></p>	<p><math>\triangle ABC = \triangle ACD</math></p>	<p><math>\triangle ABC</math> <math>= \triangle DBG + \triangle EGH + \triangle FHC</math></p>

五、在一平面上，若有兩角的兩邊互相平行，則有下列情形出現：

(1) 相等：	(2) 互補：

六、平行線的應用：

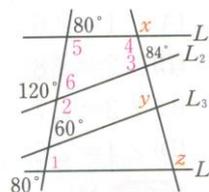
<p>(1)  若 <math>L_1 \parallel L_2</math>， 則 <math>\angle 1 = \angle 2 + \angle 3</math>。</p>	<p>(2)  若 <math>L_1 \parallel L_2</math>， 則 <math>\angle 1 + \angle 3 = \angle 2 + \angle 4</math>。</p>
<p>(3)  若 <math>L_1 \parallel L_2</math>， 則 <math>\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 360^\circ</math>。</p>	<p>(4)  若 <math>L_1 \parallel L_2</math>， 則 <math>\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 540^\circ</math>。</p>
<p>(5)  若 <math>\overline{AB} \parallel \overline{DE}</math>，<math>\overline{BC} \parallel \overline{EF}</math>， 則 <math>\angle B = \angle E</math> 或 <math>\angle B + \angle E = 180^\circ</math>。</p>	

【平行線的判別】

講解一：

如右圖，有四條直線  $L_1, L_2, L_3, L_4$ ，請問哪幾條互相平行呢？又  $\angle x, \angle y, \angle z$  的度數分別是多少呢？

Sol) (1)  $\because \angle 1 = 80^\circ, \therefore L_1 \parallel L_4$  (同位角相等)  
 $\because \angle 2 + 60^\circ = 120^\circ + 60^\circ = 180^\circ, \therefore L_2 \parallel L_3$  (同側內角互補)  
 (2)  $\angle 3 = 180^\circ - 84^\circ = 96^\circ = \angle y$   
 $\angle 5 = 100^\circ, \angle 6 = 60^\circ, \angle 4 = 360^\circ - 96^\circ - 100^\circ - 60^\circ = 104^\circ = \angle x = \angle z$

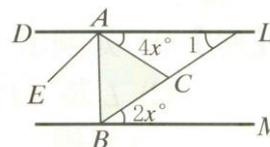


練習一：

如圖， $LPM, \triangle ABC$  為正三角形，且  $\overline{AE}$  平分  $\angle BAD$ ，請問  $\overline{AE}$  是否平行  $\overline{BC}$  呢？

$\angle 1$  的度數為何呢？

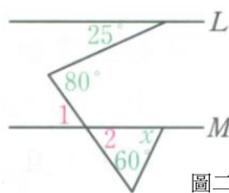
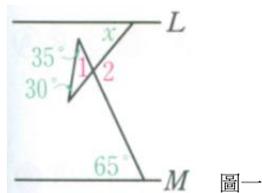
Sol) (1)  $\because LPM, \therefore \angle ACB = 4x^\circ + 2x^\circ, 60^\circ = 4x^\circ + 2x^\circ, x^\circ = 10^\circ$   
 $\Rightarrow \angle BAD = 180^\circ - 60^\circ - (4 \times 10^\circ) = 80^\circ$   
 $\because \overline{AE}$  平分  $\angle BAD, \therefore \angle EAB = 80^\circ \div 2 = 40^\circ$   
 $\therefore \angle EAB \neq \angle ABC$ , 故不平行  
 (2)  $\angle 1 = 2x^\circ = 20^\circ$



**【平行線間的角度關係】**

講解二：

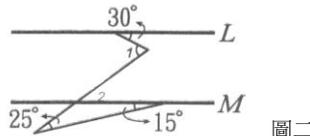
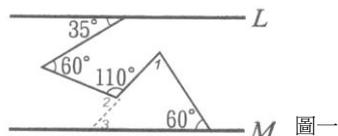
如下圖 (一)、(二)，當  $LPM$  時，請求出  $\angle x$  的度數 為何呢？



sol) (1)  $\because \angle 2 = \angle 1 = 180^\circ - 35^\circ - 30^\circ = 115^\circ$   
 $\Rightarrow 65^\circ + \angle x = 115^\circ, \therefore \angle x = 50^\circ$   
 (2)  $\because LPM, \therefore 25^\circ + \angle 1 = 80^\circ, \angle 1 = 55^\circ$   
 $\Rightarrow \angle 2 = \angle 1 = 55^\circ, \angle x = 180^\circ - 60^\circ - \angle 2 = 65^\circ$

練習二：

如下圖 (一)、(二)，當  $LPM$  時，請求出  $\angle 1$  的度數 為何呢？



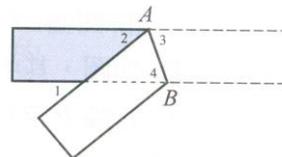
sol) (1)  $\angle 2 = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ, 35^\circ + \angle 2 = 60^\circ + \angle 3, 35^\circ + 70^\circ = 60^\circ + \angle 3,$   
 $\Rightarrow \angle 3 = 45^\circ, \angle 1 = 180^\circ - \angle 3 - 60^\circ = 180^\circ - 45^\circ - 60^\circ = 75^\circ$   
 (2)  $\angle 2 = 15^\circ + 25^\circ = 40^\circ, \angle 1 = 30^\circ + \angle 2 = 30^\circ + 40^\circ = 70^\circ$

**【平行線的應用】**

講解三：

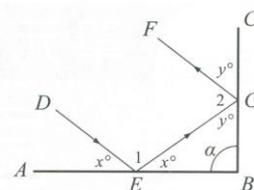
如圖，將長方形紙條沿  $\overline{AB}$  摺疊，若  $\angle 1 = 30^\circ$ ，請問  $\angle 4$  的度數為何呢？

Sol)  $\angle 1 = \angle 2 = 30^\circ$  (同位角相等),  $\therefore \angle 3 = \angle 4$   
 $\angle 3 = \angle 4 = (180^\circ - \angle 2) \div 2 = (180^\circ - 30^\circ) \div 2 = 75^\circ$



練習三：

如圖， $\overline{AB}$ 與 $\overline{BC}$ 是兩面呈現 $\alpha^\circ$ 的鏡子，已知 $\overline{DE}$ 光線射向 $\overline{AB}$ 面的鏡子，經過兩次反射之後，入射光線 $\overline{DE}$ 與反射光線 $\overline{FG}$ 平行，請問 $\alpha^\circ$ 是多少？

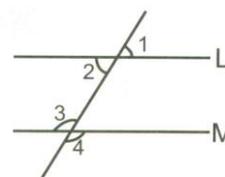


Sol)  $\because$  入射角=反射角, 且 $\overline{DE} \parallel \overline{FG}$ ,  $\therefore \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$   
 $\therefore \angle 1 + 2x^\circ = 180^\circ, \angle 2 + 2y^\circ = 180^\circ$   
 $\Rightarrow \angle 1 + 2x^\circ + \angle 2 + 2y^\circ = 360^\circ, 2x^\circ + 2y^\circ = 180^\circ, x^\circ + y^\circ = 90^\circ$   
 $\therefore \alpha^\circ = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$

**【十分鐘即時練習】**

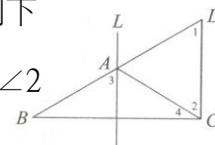
(B) 1.如右圖，下列有關平行線的敘述，何者正確？

- (A) 若  $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ ，可知  $L \parallel M$ 。
- (B) 若  $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 360^\circ$ ，可知  $L \parallel M$ 。
- (C) 若  $\angle 1 = \angle 4$ ，可知  $L \parallel M$ 。
- (D) 若  $\angle 2 = \angle 4$ ，可知  $L \parallel M$



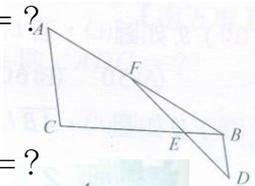
(D) 2.如圖， $\overline{BC}$ 的垂直平分線  $L$  交  $\overline{BD}$  於  $A$ ， $\overline{CD} \perp \overline{BC}$ ，且  $\overline{AB} = \overline{AD}$ ，則下

- 列敘述何者錯誤呢？(A)  $\angle 3 + \angle B = \angle 2 + \angle 4$  (B)  $\angle 2 = \angle 3$  (C)  $\angle 1 = \angle 2$
- (D)  $\angle 1 = \angle 4$ 。



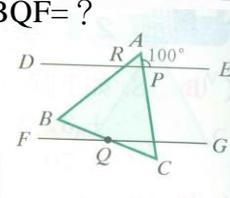
(A) 3.如圖， $\overline{AC} \parallel \overline{BD}$ ， $\angle BDF = 45^\circ, \angle BAC = 60^\circ, \angle ACB = 100^\circ$ ，請問  $\angle BFE = ?$

- (A)  $15^\circ$  (B)  $25^\circ$  (C)  $35^\circ$  (D)  $45^\circ$ 。



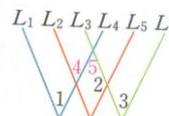
(B) 4.如圖， $\overline{DE} \parallel \overline{FG}$ ，若  $\triangle ABC$  為正三角形，且  $\angle APE = 100^\circ$ ，請問  $\angle BQF = ?$

- (A)  $15^\circ$  (B)  $20^\circ$  (C)  $25^\circ$  (D)  $30^\circ$ 。



(C) 5.如圖， $L_1 \parallel L_2 \parallel L_3, L_4 \parallel L_5 \parallel L_6$ ，已知  $\angle 1 = 52^\circ$ ，請問  $\angle 2 - \angle 3 = ?$

- (A)  $84^\circ$  (B)  $80^\circ$  (C)  $76^\circ$  (D)  $72^\circ$ 。



### 能力三：尺規作圖

尺規作圖：運用用直尺(沒有刻度)、圓規繪製幾何圖形稱為尺規作圖。

#### 尺規作圖的七大方法

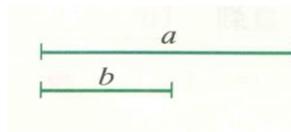
等線段作圖	等角作圖	中垂線作圖	角平分線作圖	直線上一點作垂線	直線外一點作垂線	直線外一點作平行線
-------	------	-------	--------	----------	----------	-----------

#### 【等線段作圖】與【過直線上一點作垂線】

講解一：

已知：兩線段  $a$ 、 $b$

求作：以  $a$ 、 $b$  為兩股的直角三角形



sol) (1) 畫一直線  $Y$ , 以  $C$  點為圓心, 交直線  $Y$  於兩點

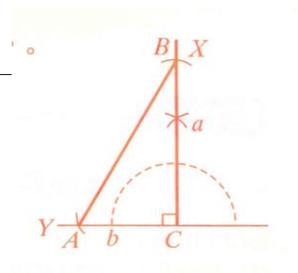
(2) 再以步驟(1)之兩交點為圓心, 適當長為半徑畫弧, 交於一

(3) 連接  $C$  點與此交點, 即是作  $\angle XCY = 90^\circ$

(4) 在  $CX$  上以圓規作  $a = \overline{BC}$

(5) 在  $CY$  上以圓規作  $b = \overline{AC}$

(6) 連接  $\overline{AB}$ , 則  $\triangle ABC$  即為所求

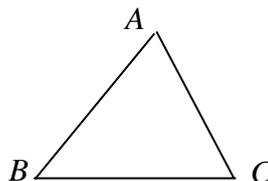


#### 【等角作圖】與【過直線外一點作平行線】

演練一：

已知： $\triangle ABC$

求作：過頂點  $A$  作一直線與  $\overline{BC}$  平行



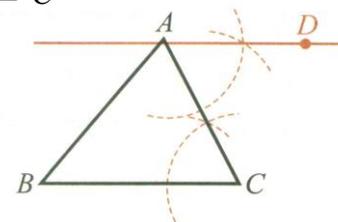
sol) (1) 以  $C$  點為圓心, 適當長為半徑畫弧, 交  $\overline{AC}$  於一點

(2) 以  $A$  點為圓心, 以步驟(1)之半徑畫弧

(3) 以  $\overline{AC}$  上之交點為圓心, 量弧與  $\overline{BC}$  交點的距離

(4) 以步驟(3)之長度為半徑,  $A$  點為圓心, 畫弧交於一點

(5) 連接  $A$  點與步驟(4)之交點, 則  $\angle DAC = \angle ACB$  (同位角相等)



#### 【中垂線作圖】

講解二：

已知：一線段  $\overline{AB}$



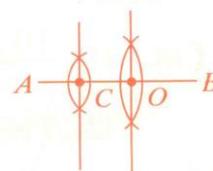
求作：在  $\overline{AB}$  上找出一點  $C$ , 使得  $\overline{AC} = \frac{1}{4} \overline{AB}$

sol) (1) 以  $A$  點為圓心, 超過  $\overline{AB}$  之  $\frac{1}{2}$  為半徑畫弧, 在以  $B$  點為圓心, 同樣半徑畫弧

(2) 連接步驟(1)知兩弧交點, 即為  $\overline{AB}$  中垂線, 交  $\overline{AB}$  於  $O$  點

(3) 以步驟(1)(2)相同方式, 作  $\overline{AO}$  中垂線, 交  $\overline{AO}$  於  $C$  點

(4) 則  $\overline{AC} = \frac{1}{4} \overline{AB}$ , 即為所求



**【角平分線作圖】**

演練二：

已知：一角  $\angle BAC$

求作：在  $\angle BAC$  中作  $\overline{AD}$ ，使得  $\angle BAD = 3\angle DAC$

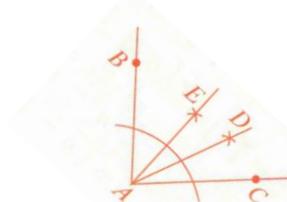
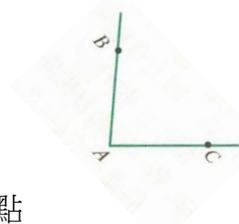
sol) (1) 以  $\angle A$  為圓心，適當長為半徑畫弧，交於  $\angle BAC$  兩點

(2) 再以步驟 (1) 之兩交點為圓心，超過弧長的  $\frac{1}{2}$  為半徑畫弧，交於一點

(3) 連接步驟 (2) 之交點與  $\angle A$ ，即為  $\angle BAC$  之角平分線

(4) 以步驟 (1)~(3)，之相同步驟，作  $\angle EAC$  之角平分線

(5) 則  $\angle BAD = 3\angle DAC$  即為所求



**【過直線外一點作垂線】**

講解三：

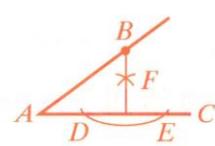
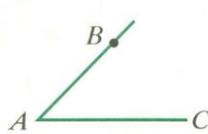
已知：一角  $\angle BAC$

求作：作一直線通過  $B$  點，並垂直  $\overline{AC}$

sol) (1) 以  $B$  點為圓心，適當長為半徑畫弧交於  $\overline{AC}$  於  $D, E$  兩點

(2) 再以  $D, E$  兩點為圓心，超過  $\overline{DE}$  之  $\frac{1}{2}$  為半徑畫弧，交於  $F$  點

(3) 連接  $\overline{BF}$  即為所求



**【尺規作圖綜合練習】**

演練三：

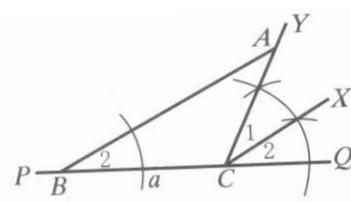
請畫出一個  $\triangle ABC$ ，使得  $\angle A = \angle 1, \angle B = \angle 2, \overline{BC} = a$ ，

(以上角度為銳角，線段為任意長)。

sol) (1) 作  $\overline{PQ}$ ，取  $a = \overline{BC}$

(2) 在  $\overline{PQ}$  上以  $C$  點為圓心，作  $\angle QCX = \angle 2, \angle XCY = \angle 1$

(3) 再以  $\overline{BC}$  為邊，作  $\angle ABC = \angle 2$ ，則  $\overline{BA}$  交  $\overline{CY}$  於  $A$  點，則  $\triangle ABC$  即為所求



**【十分鐘即時練習】**

(D) 1. 如圖所示，有一個三角形木框  $\triangle ABC$  立在地上，今天小華想將一支木條

$\overline{DE}$  釘在在三角形木框上， $D$  點要落在  $\overline{AB}$  上的一點  $P$ ， $E$  點要落在  $\overline{AC}$  上

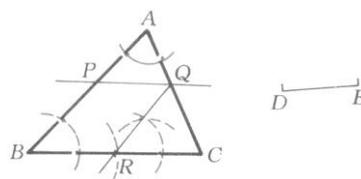
的一點  $Q$ ，且木條與下框要平行 ( $\overline{PQ} \parallel \overline{BC}$ )，請問下列步驟何者有誤呢？

(A) (1) 在  $\overline{BC}$  上取一點  $R$ , 使得  $\overline{BR} = \overline{DE}$

(B) (2) 作  $\overline{RQ} \parallel \overline{AB}$  且交  $\overline{AC}$  於  $Q$  點

(C) (3) 作  $\overline{PQ} \parallel \overline{BC}$  且交  $\overline{AB}$  於  $P$  點

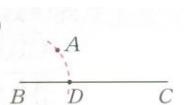
(D) 以上步驟全對



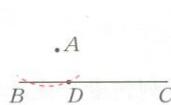
(A) 2. 如圖, 已知一點  $A$  及一線段  $\overline{BC}$ , 請在  $\overline{BC}$  上找出一點  $D$ , 使得  $\overline{BD} = \overline{AB}$ ,

則下列步驟何者正確呢?

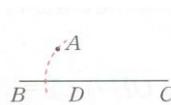
(A)



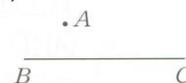
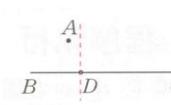
(B)



(C)

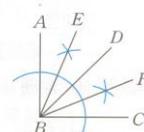


(D)



(B) 3. 如圖,  $\overline{AB} \perp \overline{BC}$ , 由圖中可知  $\angle EBF$  的度數為何呢?

(A)  $35^\circ$  (B)  $45^\circ$  (C)  $55^\circ$  (D)  $65^\circ$ 。



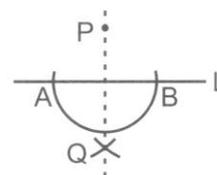
(D) 4. 如圖, 以尺規作圖,  $P$  點為線外的一點, 若要畫一直線通過  $P$  點, 且與  $L$  垂直, 以下是作圖的步驟, 請依照順序排列出來。

甲: 作  $\overline{PQ}$ , 即為所求的直線。

乙: 以  $P$  點為圓心, 適當長為半徑畫弧, 交  $L$  於  $A$ 、 $B$  兩點。

丙: 分別以  $A$ 、 $B$  為圓心, 超過  $\overline{AB}$  的  $\frac{1}{2}$  為半徑畫弧, 兩弧交於  $Q$  點。

(A) 乙  $\rightarrow$  甲  $\rightarrow$  丙 (B) 甲  $\rightarrow$  乙  $\rightarrow$  丙 (C) 丙  $\rightarrow$  乙  $\rightarrow$  甲 (D) 乙  $\rightarrow$  丙  $\rightarrow$  甲。



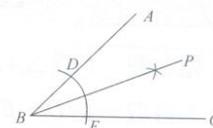
(C) 5. 如右圖, 已知  $\angle ABC$ , 要作其角平分線, 其步驟如下所示:

甲: 以  $B$  點為圓心, 以  $x$  為半徑畫弧, 交  $\overline{BA}$ ,  $\overline{BC}$  於  $D$ 、 $E$  兩點。

乙: 分別以  $D$ 、 $E$  兩點為圓心, 以  $y$  為半徑畫弧, 設兩弧交於  $P$  點。

丙: 連接  $\overline{BP}$ , 則  $\overline{BP}$  即為所求。

(A)  $x$ 、 $y$  均有最短的限制 (B)  $x$ 、 $y$  均無長度限制 (C)  $x$  無長度限制、 $y$  需有最短的限制 (D)  $x$  需有最短的限制、 $y$  無長度限制。

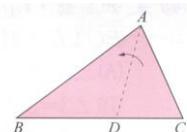


### 【基本觀念題】

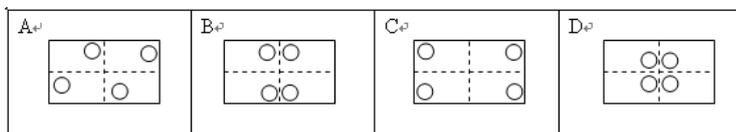
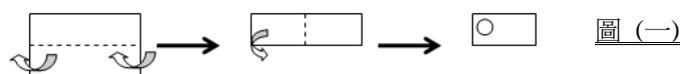
(C) 1. 如右圖, 在  $\triangle ABC$  中, 摺疊使  $\overline{AC}$ 、 $\overline{AB}$  在同一直線上, 再展開, 得到

一條摺痕  $\overline{AD}$ , 則  $\overline{AD}$  為何? (A)  $\overline{BC}$  的高 (B)  $\overline{BC}$  的中垂線 (C)

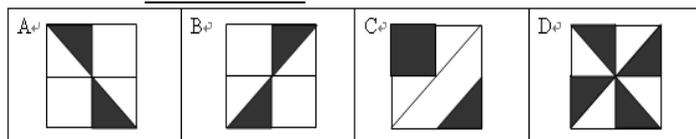
$\angle A$  的角平分線 (D)  $\angle A$  的對角線。



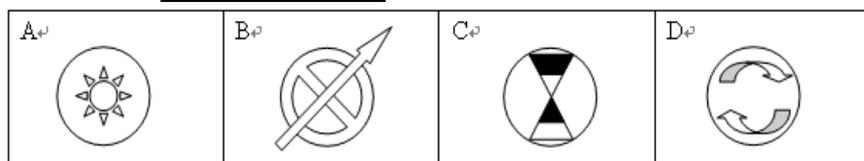
- (B) 2. 右圖(一)，一張長方形的紙，由下往上對折，再由左往右對折，最後於左上角剪了一個小洞，請問何圖為這張紙展開的樣子？



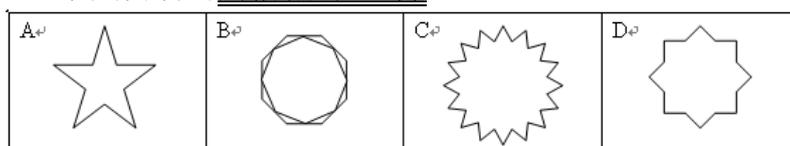
- (C) 3. 下圖何者是線對稱圖形？



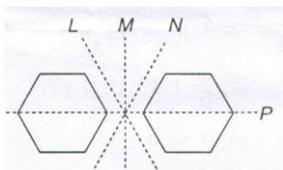
- (C) 4. 下圖何者不是線對稱圖形？



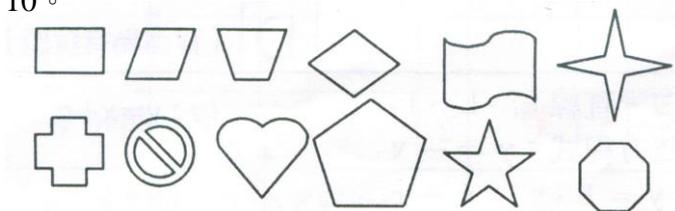
- (C) 5. 下圖何者的對稱軸有 16 條？



- (D) 6. 如下圖，兩個正六邊形互為鏡射圖形，則其對稱軸是圖中哪一條虛線呢？  
(A) P (B) L (C) N (D) M。



- (B) 7. 下列 12 個圖形中，是點對稱的圖形有幾個呢？(A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10。

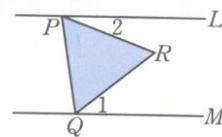


- (A) 8. 下列是一些等腰三角形的頂角，哪一個不可以用旋轉來拼出正多邊形呢？  
(A)  $35^\circ$  (B)  $40^\circ$  (C)  $60^\circ$  (D)  $90^\circ$ 。

- (D) 9. 有一個線對稱圖形，A、B 兩點是對稱點，另外兩點 C、D 也是對稱點。甲說：「 $\overline{AB}$  平行於  $\overline{CD}$ 」；乙說：「 $\overline{AB}$  垂直於對稱軸」；丙說：「 $\overline{AC}$  和  $\overline{BD}$  的長度相等」；丁說：「對稱軸會經過  $\overline{AB}$  的中點，也會經過  $\overline{CD}$  的中點」。請問列敘述何者正確？(A) 只有甲、乙的說法正確 (B) 只有甲、丁的說

法正確 (C) 只有甲的說法正確 (D) 四個人的說法都正確。

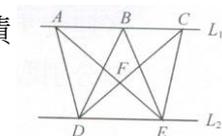
- (B) 10. 蠟筆小新拿兩個同樣大小的等腰直角三角板邊對邊拼合在一起，一共可拼出幾個不同的線對稱圖形？ (A) 2 個 (B) 3 個 (C) 4 個 (D) 5 個。



- (A) 11. 如圖， $L_1 PM$ ， $\triangle PQR$  為正三角形，請問  $\angle 1 + \angle 2 = ?$

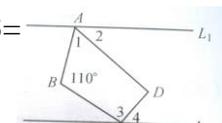
(A)  $60^\circ$  (B)  $65^\circ$  (C)  $70^\circ$  (D)  $75^\circ$ 。

- (A) 12. 如圖， $L_1 PL_2$ ， $\overline{AE}$  交  $\overline{CD}$  於  $F$  點， $\triangle ADF$ ， $\triangle BDE$ ， $\triangle DEF$  與  $\triangle CFE$  的面積分別為  $a$ 、 $b$ 、 $c$  與  $d$ ，請問下列敘述何者錯誤呢？

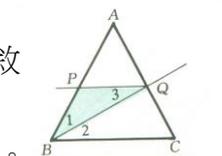


(A)  $a=b$  (B)  $a=d$  (C)  $b=a+c$  (D)  $b=c+d$ 。

- (C) 13. 如圖， $L_1 PL_2$ ，點  $A$  在  $L_1$  上，點  $C$  在  $L_2$  上， $\angle ABC = 110^\circ$ ，若  $\angle 1 = \angle 2$ ， $\angle 3 = \angle 4$ ，請問  $\angle ADC$  的度數為何呢？(A)  $115^\circ$  (B)  $120^\circ$  (C)  $125^\circ$  (D)  $130^\circ$ 。

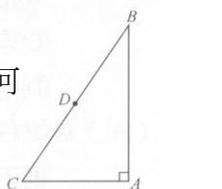


- (D) 14. 有一  $\triangle ABC$ ， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ，且  $\overline{PQ} \perp \overline{BC}$ ，已知  $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$ ，請問下列敘述何者錯誤呢？(A)  $\overline{BP} = \overline{PQ}$  (B)  $\overline{PQ} = \overline{CQ}$  (C)  $\overline{AP} = \overline{AQ}$  (D)  $\overline{BP} = \overline{AQ}$ 。



- (C) 15. 如圖， $\triangle ABC$  為直角  $\triangle$ ，已知： $\angle A = 90^\circ$ ， $\overline{AB} > \overline{AC}$ ， $D$  點為  $\overline{BC}$  的中點。

求作：在  $\overline{AB}$  上取一點  $E$ ，使得  $\triangle BDE$  與  $\triangle BCA$  相似。則下列的做法何者是錯誤的呢？



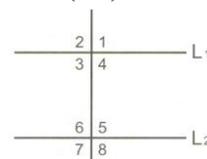
(A) 取  $\overline{AB}$  中點  $E$ ，連接  $\overline{DE}$  (B) 自  $D$  點作直線平行  $\overline{AC}$  交  $\overline{AB}$  於  $E$  點。

(C) 作  $\angle C$  之角平分線交  $\overline{AB}$  於  $E$  點，連接  $\overline{DE}$ 。

(D) 過  $D$  點作一直線垂直  $\overline{BC}$ ，交  $\overline{AB}$  於  $E$  點。

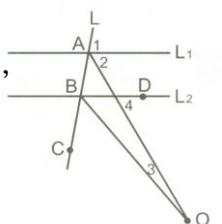
**【溫故歷屆基測試題】**

- (A) 1. 如右圖，三條直線  $L_1, L_2, L_3$  中， $L_1$  與  $L_2$  平行， $L_1$  與  $L_3$  不垂直，下列哪一個關係是錯誤的？(A)  $\angle 1 = \angle 6$  (B)  $\angle 2 = \angle 8$  (C)  $\angle 3 = \angle 7$  (D)  $\angle 4 = \angle 6$ 。【92.基測 (2)】



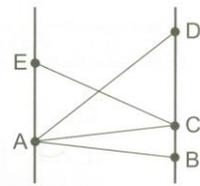
sol)  $\because L_1 \parallel L_2$ ，且  $\angle 1 = \angle 5$ ，又  $L_1$  與  $L_3$  不垂直， $\therefore L_2$  與  $L_3$  不垂直， $\therefore \angle 5 \neq \angle 6 \Rightarrow \angle 1 \neq \angle 6$

- (A) 2. 如右圖，直線  $L_1$  與  $L_2$  平行，若  $\angle 1 = 80^\circ$ ， $\angle 2 = 60^\circ$ ，且  $\overline{BO}$  平分  $\angle DBC$ ，則  $\angle 3 = ?$  (A)  $10^\circ$  (B)  $15^\circ$  (C)  $20^\circ$  (D)  $25^\circ$ 。【90.基測 (1)】



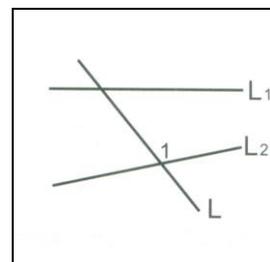
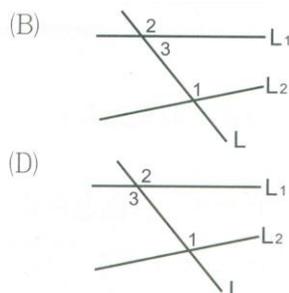
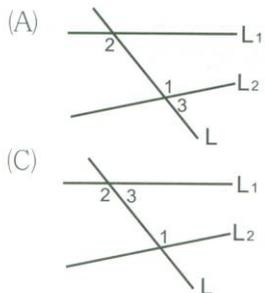
sol)  $\because L_1 \perp L_2, \therefore \angle ABD = \angle 1 = 80^\circ, \angle 4 = \angle 2 = 60^\circ,$   
 又  $\angle CBD = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$ , 且  $\overline{BO}$  平分  $\angle DBC, \therefore \angle OBD = 50^\circ,$   
 $\Rightarrow \angle 4 = \angle 3 + \angle OBD, \therefore \angle 3 = 60^\circ - 50^\circ = 10^\circ$

(C) 3. 如右圖,  $\overline{AE} \parallel \overline{BD}, C$  在  $\overline{BD}$  上, 若  $\overline{AE} = 5, \overline{BD} = 8, \triangle ABD$  的面積為 24,  
 則  $\triangle ACE$  的面積為多少呢? (A) 10 (B) 12 (C) 15 (D) 18。【91.基測 (2)】



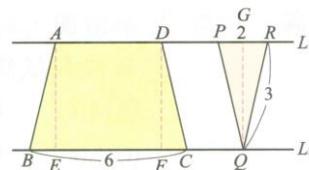
sol)  $\triangle ABD$  以  $\overline{BD}$  為底, 則其高為 6,  $\because \overline{AE} \parallel \overline{BD}, \therefore \triangle ACE$  以  $\overline{AE}$  為底, 其高亦為 6,  
 $\therefore \triangle ACE$  面積  $= \frac{1}{2} \times 5 \times 6 = 15$

(B) 4. 如右圖,  $L$  是  $L_1$  與  $L_2$  的截線。找出  $\angle 1$  的同位角, 標上  $\angle 2$ , 找出  $\angle 1$  的同側內角, 標上  $\angle 3$ 。下列何者為  $\angle 1, \angle 2, \angle 3$  正確的位置圖呢? 【92.基測 (1)】



(B) 5. 如右圖  $A, D, P, R$  在直線  $L_1$  上,  $B, C, Q$  在直線  $L_2$  上。若  $L_1 \perp L_2$ , 四邊形  $ABCD$  及  $ABQP$  均為等腰梯形,  $\triangle PQR$  為等腰三角形, 則梯形  $ABCD$  的面積為何呢? (A)  $4\sqrt{8}$  (B)  $5\sqrt{8}$  (C) 15 (D) 18。【93.基測 (2)】

sol)  $\overline{AB} = \overline{CD} = \overline{PQ} = \overline{QR}$ , 作輔助線  $\overline{AE} \perp L_2, \overline{DF} \perp L_2, \overline{GQ} \perp L_1,$   
 $\Rightarrow \overline{AE} = \overline{DF} = \overline{GQ} = \sqrt{3^2 - 1^2} = \sqrt{8}$   
 $\Rightarrow$  梯形  $ABCD$  面積  $= (4 + 6) \times \overline{GQ} \div 2 = 5\sqrt{8}$  (單位<sup>2</sup>)

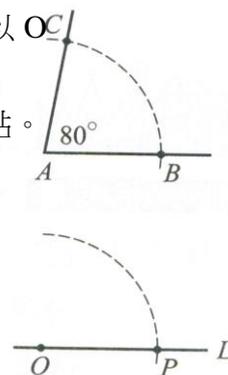


(D) 6. 如圖, 有一  $\angle A$  及一直線  $L$ , 其中  $\angle A = 80^\circ, L$  上有一點  $O$ 。曉敏想以  $O$  點為頂點、 $L$  為角的一邊, 做一角與  $\angle A$  相等。已進行的步驟如下:

(1) 以  $A$  為圓心, 適當場為半徑弧, 分別交  $\angle A$  的兩邊於  $B, C$  兩點。

(2) 以  $O$  為圓心,  $\overline{AB}$  為半徑畫弧, 交  $L$  於  $P$  點。【94.基測 (2)】

請問曉敏繼續下列哪一個步驟後, 連接  $\overline{OQ}$ , 則  $\angle QOP$  即為所求呢?



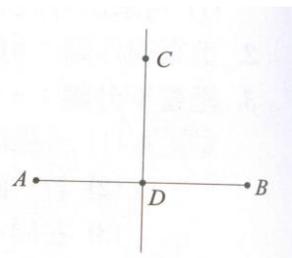
(A) 以  $O$  為圓心,  $\overline{AC}$  為半徑畫弧, 與前弧相交於  $Q$  點。

(B) 以 O 為圓心， $\overline{BC}$  為半徑畫弧，與前弧相交於 Q 點。

(C) 以 P 為圓心， $\overline{AC}$  為半徑畫弧，與前弧相交於 Q 點。

(D) 以 P 為圓心， $\overline{BC}$  為半徑畫弧，與前弧相交於 Q 點。

(B) 7. 如圖，已知  $\overline{CD}$  是  $\overline{AB}$  的中垂線，且交  $\overline{AB}$  於 D 點。則下列哪一個敘述是錯誤的呢？【90.基測 (1)】



(A) 以 C 為圓心， $\overline{CB}$  為半徑畫圓，則圓必過 A 點。

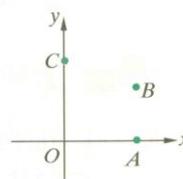
(B) 以 A 為圓心， $\overline{AB}$  為半徑畫圓，則圓必過 C 點。

(C) 以 B 為圓心， $\overline{AC}$  為半徑畫圓，則圓必過 C 點。

(D) 以 D 為圓心， $\overline{AD}$  為半徑畫圓，則圓必過 B 點。

sol)  $\overline{CD}$  為  $\overline{AB}$  的中垂線  $\Rightarrow \overline{CA} = \overline{CB}$  且  $\overline{DA} = \overline{DB}$

(C) 8. 如圖，在座標平面上有 A、B、C 三點，O 是原點， $\overline{OA} \perp \overline{OB}$  且  $\overline{OA} \neq \overline{OB}$ ，今想在第一象限內找一點 D，使得 D 點到 x 軸的距離與 D 點到 y 軸的距離相等，且  $\overline{DB} = \overline{DA}$ ，則 D 點要用下列何種方法求得呢？【90.基測 (2)】



(A) 作  $\overline{AB}$  中垂線與  $\overline{OA}$  中垂線的交點。

(B) 作  $\overline{AB}$  中垂線與  $\angle BAO$  平分線的交點。

(C) 作  $\overline{AB}$  中垂線與  $\angle COA$  平分線的交點。

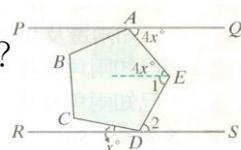
(D) 作  $\angle COA$  平分線與  $\angle BAO$  平分線的交點。

sol)  $\because$  D 到 x 軸的距離與 D 到 y 軸的距離相等  $\Rightarrow$  D 必在  $\angle AOC$  的平分線上，  
又  $\overline{DB} = \overline{DA} \Rightarrow$  D 必在  $\overline{AB}$  的中垂線上， $\therefore$  D 在  $\angle AOC$  的角平分線與  $\overline{AB}$  中垂線的交點上

**【模擬學力基測試題】**

(D) 1.如右圖， $\overline{PQ} \parallel \overline{RS}$  且 ABCDE 是正五邊形，請問  $\angle PAB$  的度數為何呢？

- (A)  $21^\circ$  (B)  $22^\circ$  (C)  $23^\circ$  (D)  $24^\circ$ 。

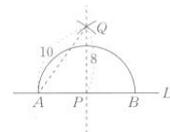


(A) 2.已知 P 點是直線 L 上一點，若以 P 點為圓心，適當長為半徑畫弧，交 L

於 A、B 兩點，再分別以 A、B 為圓心，大於  $\overline{AB}$  長的一半為半徑畫弧，

設兩弧交於 Q 點，作  $\overline{PQ}$ 。若  $\overline{AQ}=10, \overline{PQ}=8$ ，則  $\triangle ABQ$  的面積為多少呢？

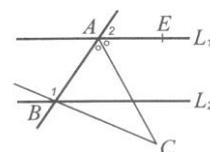
- (A) 48 (B) 69 (C) 84 (D) 96。



sol)  $\overline{AP} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6, \therefore \overline{AB} = 2\overline{AP} = 2 \times 6 = 12 \therefore \triangle ABQ$  面積  $= 12 \times 8 \div 2 = 48$

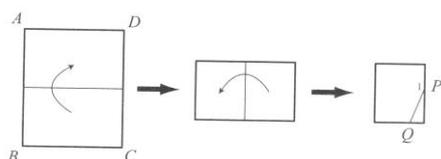
(D) 3.如圖， $L_1 \parallel L_2, \overline{AC}$  平分  $\angle EAB, \angle 1 = 100^\circ, \angle 2 = 50^\circ$ ，則  $\angle C$  的度數為何呢？

- (A)  $32^\circ$  (B)  $33^\circ$  (C)  $34^\circ$  (D)  $35^\circ$ 。



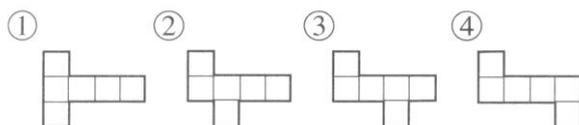
(B) 4.長廷要在矩形 ABCD 內部正中央剪出一個一內角為  $80^\circ$  的菱形，他將  $\square$

ABCD 先上下對摺，再左右對摺，如圖所示，然後在右下角沿著  $\overline{PQ}$  剪下，則  $\angle 1$  可為多少度呢？ (A)  $135^\circ$  (B)  $140^\circ$  (C)  $145^\circ$  (D)  $150^\circ$ 。



4. (1)  $\angle 1 = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$  (2)  $\angle 1 = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$

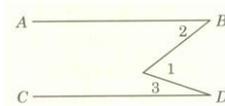
(B) 5.如圖，有 4 個正方體的展開圖，請問線對稱圖形的個數與點對稱圖形的個數之和為多少呢？ (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4。



**【進階練習題】**

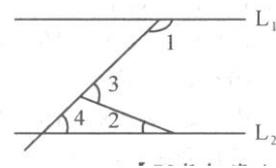
(B) 1.右圖中，若  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ， $\angle 2 = 45^\circ, \angle 3 = 30^\circ$ ，請問  $\angle 1$  的度數為何呢？

- (A)  $70^\circ$  (B)  $75^\circ$  (C)  $80^\circ$  (D)  $85^\circ$ 。



(C) 2.如圖  $L_1 \parallel L_2, \angle 1 = 120^\circ, \angle 2 = 42^\circ$ ，請問  $\angle 3$  的度數為何呢？

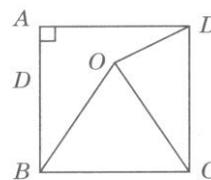
- (A)  $98^\circ$  (B)  $100^\circ$  (C)  $102^\circ$  (D)  $104^\circ$ 。



sol)  $\therefore \angle 3 = \angle 4 + \angle 2$ ，又  $L_1 \parallel L_2, \therefore \angle 1$  與  $\angle 4$  為同側內角互補， $\angle 1 + \angle 4 = 180^\circ$ ，  
 $\Rightarrow \angle 3 = (180^\circ - \angle 1) + \angle 2 = (180^\circ - 120^\circ) + 42^\circ = 102^\circ$

(D) 3.如圖， $\square ABCD$  為一正方形， $\triangle BCO$  為正三角形，請問  $\angle ODC$  的度數為何呢？(A)  $45^\circ$  (B)  $55^\circ$  (C)  $65^\circ$  (D)  $75^\circ$ 。

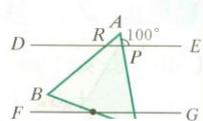
sol)  $\because \overline{OC} = \overline{BC}$  且  $\overline{DC} = \overline{BC}$ ,  $\therefore \overline{OC} = \overline{DC}$ ,  $\triangle OCD$  為等腰 $\triangle$ ,  
 $\triangle OBC$  中,  $\angle OCB = 60^\circ$ ,  $\therefore \angle OCD = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ ,  
 $\therefore \angle ODC = \text{底角} = (180^\circ - 30^\circ) \div 2 = 75^\circ$



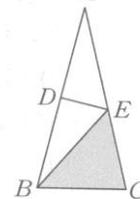
(A) 4.下列對稱圖形中，對稱軸最少的圖形是哪一個呢？(A) 長方形 (B) 正五邊形 (C) 正三角形 (D) 正方形。

(D) 5.在同一平面上，一角的兩邊分別平行於另一角之兩邊，則此兩角的情形為下列何者呢？(A) 相等 (B) 互補或互餘 (C) 相等或互餘 (D) 相等或互補。

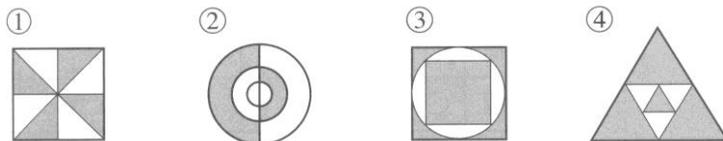
(A) 6.如圖， $\overline{DE} \parallel \overline{FG}$ ，若  $\triangle ABC$  為正三角形，已知  $\angle APE = 100^\circ$ ，請問  $\angle BQF$  的度數為何呢？(A)  $20^\circ$  (B)  $25^\circ$  (C)  $30^\circ$  (D)  $35^\circ$ 。



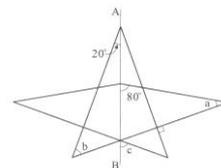
(C) 7.如圖， $\triangle ABC$  中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， $\overline{DE}$  為  $\overline{AB}$  的垂直平分線，若  $\triangle BCE$  的周長為 14， $\overline{BC} = 5$ ，則  $\overline{AB}$  的長度為何呢？(A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10。



(A) 8.如圖，有 4 個正方體的展開圖，請問線對稱圖形的個數減去點對稱圖形的個數之差為多少呢？(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4。



(C) 9.如圖， $\overline{AB}$  為圖形的對稱軸，請問  $\angle a + \angle b + \angle c$  的度數為何呢？(A)  $130^\circ$  (B)  $140^\circ$  (C)  $150^\circ$  (D)  $160^\circ$ 。



(C) 10.如圖，請問有三條直線相交於 O 點，共有幾組對頂角呢？(A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8。

